

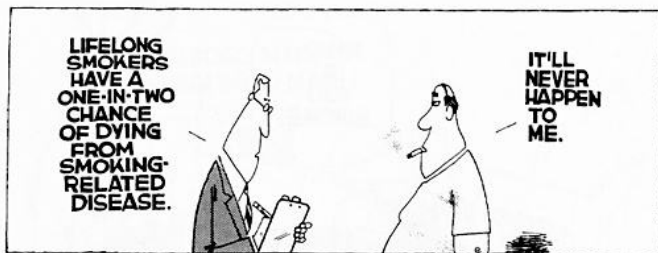
# Matematika v hazardních hrách

## ŠKOMAM 2025

Rajko Ćosić

VŠB – Technická univerzita Ostrava  
Fakulta elektrotechniky a informatiky  
Katedra aplikované matematiky

Ostrava, 23. 1. 2025



## Definice podle zákona č. 186/2016 Sb.

„Hazardní hrou se rozumí hra, sázka nebo los, do nichž sázející vloží sázku, jejíž návratnost se nezaručuje, a v nichž o výhře nebo prohře rozhoduje zcela nebo zčásti náhoda nebo neznámá okolnost.“

Chevalier de Mere r. 1654

## Hra 1

Sázka, že ve 4 hodech jednou šestistěnnou kostkou padne **alespoň jedna šestka**.

$$\text{Šance: } \frac{1}{6} \cdot 4 = \frac{2}{3}$$

## Hra 2

Sázka, že ve 24 hodech dvěma šestistěnnými kostkami padnou **alespoň jednou dvě šestky**.

$$\text{Šance: } \frac{1}{36} \cdot 24 = \frac{2}{3}$$

Hra 2 ale Chevaliera stála nemalé peníze – je možné, že se spletl?

## Pascalovo řešení

	Hra 1	Hra 2
Šance	$1 - \frac{5^4}{6^4} \approx 0.5177$	$1 - \frac{35^{24}}{36^{24}} \approx 0.4914$

## Princip inkluze a exkluze (Moivre 1718)

$$\left| \bigcup_{i=1}^n A_i \right| = \sum_{\emptyset \neq I \subseteq \{1,2,\dots,n\}} (-1)^{|I|-1} \left| \bigcap_{i \in I} A_i \right|$$

Příklad – Hra 1:

$$\frac{4 \cdot 1^1 \cdot 6^3 - 6 \cdot 1^2 \cdot 6^2 + 4 \cdot 1^3 \cdot 6^1 - 1^4}{6^4} \approx 0.5177$$

Sázka na konkrétní výsledek (kurzové sázky, ruleta, hod mincí, ...)

$$\begin{aligned} E_x &= \lim \frac{\sum_{i=1}^n w_i}{\sum_{i=1}^n b} = \lim \frac{\sum_{i=1}^n (p_x \cdot w_{b,x})}{\sum_{i=1}^n b} = \lim \frac{n \cdot p_x \cdot w_{b,x}}{n \cdot b} = \\ &= \frac{p_x \cdot w_{b,x}}{b} \cdot \lim \frac{n}{n} = \frac{p_x \cdot w_{b,x}}{b} = p_x \cdot w_x \end{aligned} \quad (1)$$

$w_i$  je výše výhry v  $i$ -tém kole

$b$  je výše vkladu

$p_x$  je pravděpodobnost výhry při sázce na  $x$

$w_{b,x}$  je výše možné výhry při sázce  $b$  na  $x$

$w_x$  je násobek vkladu, který je možné vyhrát při sázce na  $x$

## Výhernost/návratovost:

Return to player (RTP)

$RTP < 1$	$RTP = 1$	$RTP > 1$
prohra	rovná hra	výhra

## Marže:

House edge (HE)/margin

$$HE = 1 - RTP$$

Spočítejme si, jak si Chevalier v jednotlivých hrách dlouhodobě vedl.

## Hra 1

$$RTP = p_6 \cdot w_6 = \left(1 - \frac{5^4}{6^4}\right) \cdot 2 \approx 1.035$$

V dlouhodobém hledisku zhodnotil své vklady o cca 3.5 %.

## Hra 2

$$RTP = p_{66} \cdot w_{66} = \left(1 - \frac{35^{24}}{36^{24}}\right) \cdot 2 \approx 0.983$$

V dlouhodobém hledisku přišel o cca 1.7 % svých vkladů.



# Kolik by Chevaliera druhá hra stála dnes?

Podmínky pro **technickou hru** v ČR:

- $0.75 \leq RTP \leq 1.0$
- maximální sázka na kolo: 500,- Kč
- minimální délka kola: 2 s

Hráč, který nehraje pod své možnosti by mohl prosázet

$$bet = \frac{3600}{2} \cdot 500 = 900000 \text{ Kč/h.}$$

Při  $RTP = 0.983$  by pak ztráta byla

$$lost = (1 - RTP) \cdot bet = 0.017 \cdot 900000 = 15300 \text{ Kč/h.}$$

Pro tuto hru je tzv. **maximální hodinová prohra** 15300 Kč

Plošná sázka (automaty, losy, tomboly, ...)

$$\begin{aligned} E &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n w_i}{\sum_{i=1}^n b} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{x=1}^X (p_x \cdot w_{b,x})}{\sum_{i=1}^n b} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \cdot \sum_{x=1}^X (p_x \cdot w_{b,x})}{n \cdot b} = \\ &= \frac{\sum_{x=1}^X (p_x \cdot w_{b,x})}{b} \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n} = \frac{\sum_{x=1}^X (p_x \cdot w_{b,x})}{b} = \sum_{x=1}^X (p_x \cdot w_x) \quad (2) \end{aligned}$$

Určíme-li správně, co na minci padne, dostaneme dvojnásobek vkladu. Jak si povedeme dlouhodobě?

Určíme-li správně, co na minci padne, dostaneme dvojnásobek vkladu. Jak si povedeme dlouhodobě?

Pro obě strany platí:

$$RTP = w_x \cdot p_x = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

Hod mincí je **rovná hra**.

Proč jsem použil tak jednoduchý příklad?

Proč jsem použil tak jednoduchý příklad?

Protože to má háček :-)

- ukázalo se, že pravděpodobnosti neodpovídají předpokladu
- gambler's ruin (hráčův krach?)

---

## FAIR COINS TEND TO LAND ON THE SAME SIDE THEY STARTED: EVIDENCE FROM 350,757 FLIPS

---

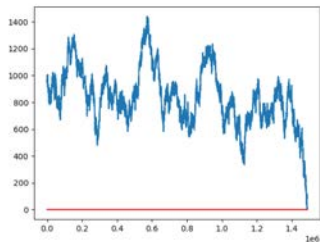
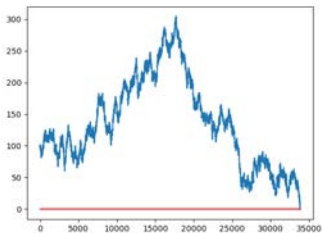
František Bartoš<sup>1\*</sup>, Alexandra Sarafoglou<sup>1</sup>, Henrik R. Godmann<sup>1</sup>, Amir Sahrani<sup>1</sup>, David Klein Leunk<sup>2</sup>,  
Pierre Y. Gui<sup>2</sup>, David Voss<sup>2</sup>, Kaleem Ullah<sup>2</sup>, Malte J. Zoubek<sup>3</sup>, Franziska Nippold,  
Frederik Aust<sup>1</sup>, Felipe F. Vieira<sup>4</sup>, Chris-Gabriel Islam<sup>5,6</sup>, Anton J. Zoubek<sup>7</sup>, Sara Shabani<sup>8</sup>,  
Jonas Petter<sup>1</sup>, Ingeborg B. Roos<sup>9</sup>, Adam Finnemann<sup>1,10</sup>, Aaron B. Lob<sup>2,11</sup>, Madlen F. Hoffstadt<sup>1</sup>,  
Jason Nak<sup>2</sup>, Jill de Ron<sup>2</sup>, Koen Derks<sup>12</sup>, Karoline Huth<sup>2,13</sup>, Sjoerd Terpstra<sup>14</sup>,  
Thomas Bastelica<sup>15,16</sup>, Magda Matetovici<sup>2,17</sup>, Vincent L. Otr<sup>2</sup>, Andreea S. Zetea<sup>2</sup>, Katharina Karnbach<sup>2</sup>,  
Michelle C. Donzallaz<sup>1</sup>, Arne John<sup>2</sup>, Roy M. Moore<sup>2</sup>, Franziska Assion<sup>1,8</sup>, Riet van Bork<sup>2</sup>,  
Theresa E. Leidinger<sup>2</sup>, Xiaochang Zhao<sup>2</sup>, Adrian Karami Motaghi<sup>2</sup>, Ting Pan<sup>1,9</sup>, Hannah Armstrong<sup>2</sup>,  
Tianqi Peng<sup>2</sup>, Mara Bialas<sup>20</sup>, Joyce Y.-C. Pang<sup>2</sup>, Bohan Fu<sup>2</sup>, Shujun Yang<sup>2</sup>,  
Xiaoyi Lin<sup>2</sup>, Dana Sleiffer<sup>2</sup>, Miklos Bogнар<sup>21</sup>, Balazs Aczel<sup>22</sup>, and Eric-Jan Wagenmakers<sup>1</sup>

Článek získal vloni Ig Nobelovu cenu za výzkum v oblasti pravděpodobnosti.

Pravděpodobnost, že mince skončí ve stejné orientaci, jako měla při začátku hodu, je cca 51 %.

## Gambler's ruin

Bude-li hrát hráč s omezeným bankem proti hráči s neomezeným bankem, dojde časem téměř jistě k vyčerpání všech peněz banku prvního hráče i v případě rovné hry.





Existují prokazatelně výherní strategie, do kterých nám důsledek tohoto efektu hází vidle.

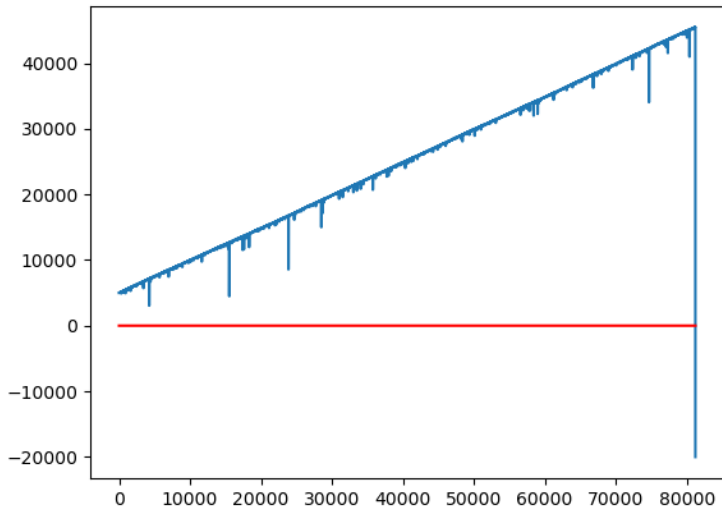
- Martingale
- Labouchére
- Oscar's grind

## Martingale

Hráč opakovaně sází na příležitost s faktorem 2 (např. barva v ruletě). V případě prohry zdvojnásobí sázku a tímto způsobem postupuje, dokud nenastane váherní situace. V tu chvíli má čistý zisk roven původní sázce.

Vklady rostou exponenciálně s délkou proherní série. V praxi dojde poměrně brzy k vyčerpání banku hráče.

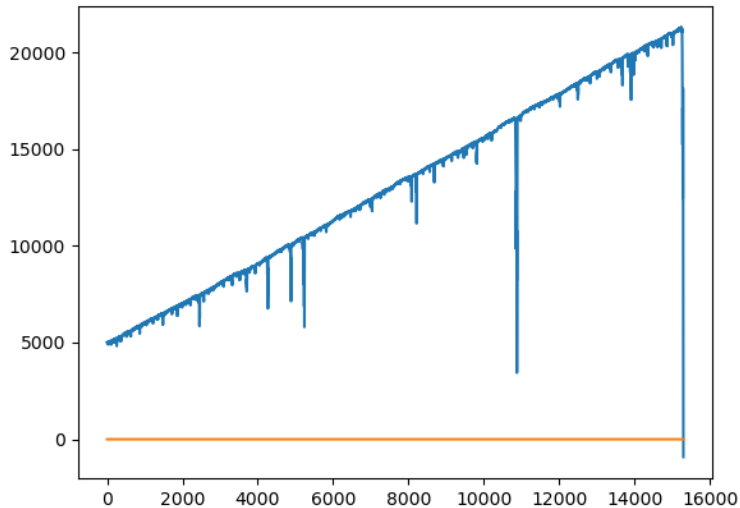
# Martingale



## Labouchére

Hráč si napíše posloupnost čísel, jejichž součet je roven částce, kterou chce vyhrát. Sází vždy součet prvního a posledního čísla na seznamu na příležitost s faktorem 2. Při výhře tato dvě čísla škrtně. Při prohře připíše na konec seznamu výši svého posledního vkladu. Pokračuje, dokud není list prázdný. Obsahuje-li list jen jedno číslo, vsadí v dném kole hráč toto číslo.

I zde s počtem proher roste sázka v každém následujícím kole, což časem vede k bankrotu.

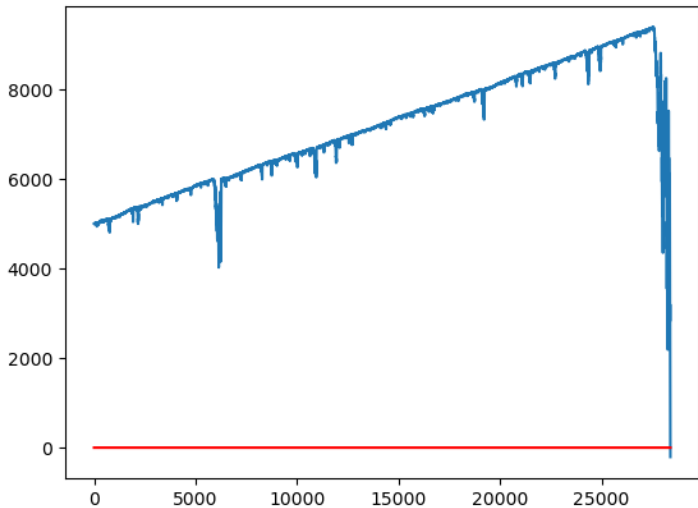


## Oscar's grind

Hráč opakovaně sází na příležitost s faktorem 2. Při výhře (pokud v příštím kole nemůže při stávajícím vkladu získat čistý zisk o velikosti prvního vkladu) zvyšuje vklad o výši prvního vkladu, zatímco při prohře jej nemění.

Zde se předpokládá, že proherní série jsou vykompenzovány přítomností výherních sérií. V dlouhodobém hledisku opět dojde k bankrotu.

# Oscar's grind



# Proč by to někdo hrál?

Herní plán:

## JMENOVITÉ HODNOTY

Herní prostor HERNA		Herní prostor KASINO	
maximální sázka	100 Kč	maximální sázka	1 000 Kč
maximální výhra	20 000 Kč	maximální výhra	200 000 Kč
výherní podíl	94 % až 97 %	výherní podíl	94 % až 97 %
statistická průměrná hodinová prohra	5 400 Kč až 10 800 Kč	statistická průměrná hodinová prohra	54 000 Kč až 108 000 Kč

Data z MF za 2023:

TH mimo internet	Úhrn přijatých vkladů	266 856 203
	Úhrn vyplacených výher	250 152 162
	Hrubý zisk	16 704 041
TH internet	Úhrn přijatých vkladů	417 929 875
	Úhrn vyplacených výher	401 635 477
	Hrubý zisk	16 294 398



# Proč by to někdo hrál?

Herní plán:

## JMENOVITÉ HODNOTY

Herní prostor HERNA		Herní prostor KASINO	
maximální sázka	100 Kč	maximální sázka	1 000 Kč
maximální výhra	20 000 Kč	maximální výhra	200 000 Kč
výherní podíl	94 % až 97 %	výherní podíl	94 % až 97 %
statistická průměrná hodinová prohra	5 400 Kč až 10 800 Kč	statistická průměrná hodinová prohra	54 000 Kč až 108 000 Kč

Data z MF za 2023:

TH mimo internet	Úhrn přijatých vkladů	266 856 203
	Úhrn vyplacených výher	250 152 162
	Hrubý zisk	16 704 041
TH internet	Úhrn přijatých vkladů	417 929 875
	Úhrn vyplacených výher	401 635 477
	Hrubý zisk	16 294 398

Komu to připadá málo, má pravdu – čísla MF udává v tisících Kč.

# Proč by to někdo hrál?

- maximální výhra
- četnost výher (volatilita)
- bonusy, jackpoty, speciální featury
- hráčske omyly
- většina her je barevná a bliká :-)

Vágně definovaná veličina, popisující četnost výher, jejich výši a rozptyl. Dohromady by měla charakterizovat „hravost“ hry. Číselně se často vyjadřuje pomocí četnosti výher, ale interpretuje se jako její převrácená hodnota.

vysoce volatilní hry	málo volatilní hry
nízká četnost výher	vysoká četnost výher
vysoké výhry	nízké výhry
oblíbené u impulzivních hráčů	oblíbené u klidnějších hráčů
vysoký rozptyl	nízký rozptyl
pomalá konvergence RTP	rychlá konvergence RTP

## Gambler's fallacy

Přesvědčení, že pokud se nějaký náhodný jev v minulosti vyskytoval častěji než obvykle, je pravděpodobné, že v budoucnu se naopak bude vyskytovat méně často a naopak.

Doctor: Don't worry, this surgery has a one in a thousand chance in failure, and my last 999 patients were fine.

Civilians:



Mathematicians:



# Gambler's fallacy

## HOT GAMES



 415,48 %



 335,56 %



 324,46 %



 260,15 %

Zobrazit více

## COLD GAMES



 88,73 %



 88,04 %



 86,21 %



 85,33 %



# Proč je těžké přestat?

- podvýhry
- nearmissy
- teorie pobídek

## Podvýhra

Výhra s faktorem menším než 1.

“Losses disguised as wins” in electronic gambling machines contribute to win overestimation in a large online sample

Dan Myles<sup>a,\*</sup>, Daniel Bennett<sup>a</sup>, Adrian Carter<sup>a</sup>, Murat Yücel<sup>a</sup>, Lucy Albertella<sup>a</sup>,  
Cassandra de Lacy-Vawdon<sup>b,c</sup>, Charles Livingstone<sup>b</sup>

500 000.00 500 000.00 **100 CATS** 4907.72 8179.88

100 LINES 50 30 20 1

Line 13 5.00 FUN

BALANCE: 106 630.00 FUN

WIN: 30.00 FUN

FUN BET	40.00	50.00	75.00	100	125
---------	-------	-------	-------	-----	-----



## Nearmiss

Nevýherní kombinace, která vyvolává dojem, že „stačilo málo“ a byla by výherní.

Z pohledu výrobce je žádoucí, aby hra nearmissy generovala, ale „umírněně“, protože jejich přemíra hráče spíše odradí. Existence nearmissů většinou není dána lidským zásahem (cherry picking), ale návrhem **reelsetu**, který definuje pořadí symbolů a možných kombinací na válcích.

# Nearmissy



- losy
- sloty
- instanty
- crash game
- kurzové sázky



Zákon:

$$0.4 \leq RTP \leq 0.8$$

Trh:

$$RTP \approx 0.7 - 0.8$$

Volatilita bývá mezi 0.2 a 0.4.

## Matematika losu

U losů se vygeneruje celá emise, kde je pro certifikaci garantováno patřičné zastoupení losů s předem danými faktory. Z této emise se pak v náhodném pořadí losy prodávají. Po vyprodání emise musí certifikované množství losů pro každý faktor odpovídat prodanému.

# Losy – příklad

factor	count	amount
0	780146	0
1	75000	75000
2	55000	110000
3	40000	120000
4	20000	80000
5	12000	60000
10	8000	80000
15	5000	75000
20	2000	40000
25	1000	25000
30	750	22500
40	500	20000
50	250	12500
100	175	17500
150	100	15000
200	50	10000
500	20	10000
1000	5	5000
2000	2	4000
5000	1	5000
10000	1	10000
	1000000	796500
	volatility	rtp
	0.219854	0.7965

U online verze losů se místo prostorového uspořádání symbolů využívá pořadí, v jakém se symboly zobrazí.  
To umožňuje preciznější práci s nearmissy.

Zákon:

$$0.75 \leq RTP \leq 1.0$$

Trh:

$$RTP \approx 0.95$$

Volatilita bývá mezi 0.08 a 0.2.

Maximální sázka: 500 Kč

Maximální výhra: 500 000 Kč

## Tradiční způsob

Pravděpodobnost jednotlivých kombinací je dána čistě **reelsety** a pravděpodobnosti zastavení na jednotlivých pozicích jsou pro každý válec nezávislé.

## Moderní způsob

Pravděpodobnosti kombinací se odvíjejí od požadované četnosti faktorů. Ne všechny vzájemné kombinace, které by umožnily **reelsety** jsou dosažitelné.

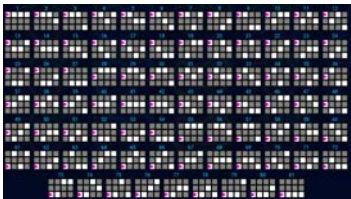
- původní matematika mechanických automatů
- vytvoří se reelsety a pravděpodobnosti zastávek na nich
- všechna možná natočení válců a jejich pravděpodobnosti určují chování automatu



# Tradiční způsob – příklad



Výherní tabulka pro sázku 1000 Kč  
a **reelset** hry.

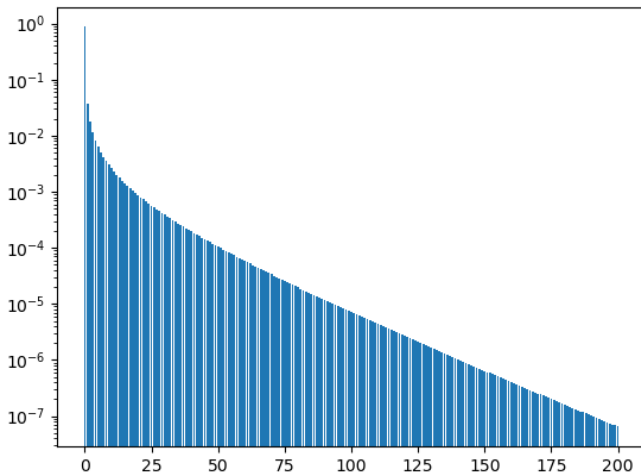


Hra má  $RTP \approx 0.94$ .

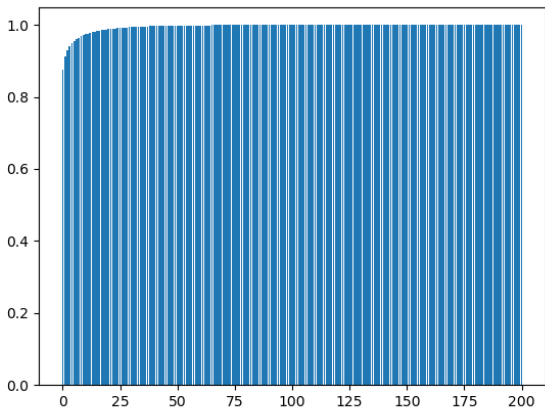


- určí se požadované chování hry a podle něj se nastaví četnost faktorů
- faktory se vybírají náhodným výběrem proporcčně k jejich pravděpodobnostem
- kombinace se k danému faktoru vygeneruje nebo vybere ze zásoby předem uložených kombinací
- reelsety se používají, ale neurčují matematiku hry

## Rozvržení četností faktorů



## Výběr faktoru



## 1 diskrétní optimalizace

- jedná se o NP problém
- existují algoritmy, které by se daly použít (Monte Carlo, genetické nebo swarmové algoritmy)
- kvantový přístup by to zvládl v potřebném čase
- neduhy lze částečně řešit defaultními hodnotami pro případ nezkonvergování

## 2 předvýběr a kategorizace kombinací

- výpočetně levný
- paměťová náročnost je vyšší
- neduhy lze řešit pomocí reelsetů a redukcí počtu kombinací

- hráč si vybere jednu z možností a je okamžitě odměněn pevně daným poměrem nebo nulou v závislosti na úspěchu výběru
- typově jsou něco mezi technickou hrou a kurzovým sázením
- v ČR většinu z nich nelze certifikovat

# Instanty – Goal



Zkusme z obrázku zjistit, jaké má hra RTP.

Pravděpodobnosti úspěchu pro jednotlivé sloupce:

$$p_1 = \frac{2}{3}$$

$$p_2 = \frac{4}{9}$$

$$p_3 = \frac{8}{27}$$

$$p_4 = \frac{16}{81}$$

Férová sázka na čtvrtou řadu:

$$w = \frac{1}{p_4} = 5.0625$$

Nabízená částka je 4.91:

$$RTP = \frac{4.91}{5.0625} \approx 0.97$$



# Instanty – Plinko

PLINKO How to Play? 10,000,000.00 UGX

Pins: 12

11	3.2	1.6	1.2	1.1	1	0.5	1	1.1	1.2	1.6	3.2	11
25	8	3.1	1.7	1.2	0.7	0.3	0.7	1.2	1.7	3.1	8	25
144	25	8.1	2.3	0.9	0.2	0	0.2	0.9	2.3	8.1	25	144

Bet UGX 90.00

GREEN YELLOW RED

Jaké je RTP tady?

Pravděpodobnost, že kulička skončí v  $k$ -tém dílku se řídí **binomickým rozdělením**

$$p_k = \binom{n}{k} \cdot p^k (1 - p)^{n-k}$$

V našem případě je  $p = 0.5$  a  $n = 12$ .

Výplatní faktory jsou pro zelenou, žlutou a červenou kuličku uvedeny ve hře. Pro výpočet RTP použijeme vzorec (2) ze začátku prezentace:

$$RTP = \sum_{k=0}^n (p_k \cdot w_k)$$

# Crash game

**Aviator** [How to play?](#) 9,998,500.00 UGX

1.12x 1.00x 1.32x 1.12x 7.88x 1.48x 0.27x 3.76x 5.19x 1.50x 6.98x 3.88x 1.15x 2.86x

**FUN MODE**

**3.83x**

Date	Bet UGX	X	Cash out UGX
12-56 15-01-25	300.00	1.00x	
12-56 15-01-25	300.00	1.32x	
12-55 15-01-25	300.00	1.12x	
07-14 15-01-25	6,074.64	85.20x	578,670.28
07-14 15-01-25	6,074.64	14.71x	89,357.96
07-13 15-01-25	6,074.64	1.48x	
07-13 15-01-25	6,074.64	1.48x	
07-13 15-01-25	6,074.64	1.45x	
07-13 15-01-25	6,074.64	1.45x	
07-12 15-01-25	6,074.64	5.28x	

300.00 CASH OUT 1,149.00 UGX

300.00 BET 300.00 UGX

This game is **Provably Fair** Powered by **SECURE**

Faktor pádu:

$$x = \frac{RTP}{1 - r},$$
$$X = \max\{x, 1\},$$

kde  $r \in [0, 1)$  je náhodné číslo.

# Marže na kurzovém sázení

Výsledek zápasu				⌵	⌶
Jablonec	1.81	Remíza	3.63	Bohemians 1905	4.27
Neprohra Jablonec	1.19	Nebude remíza	1.29	Neprohra Bohemians 1905	1.96

Výsledek zápasu bez remízy		⌵	⌶
Jablonec	1.33	Bohemians 1905	3.24

Za předpokladu férové hry můžeme pomocí vzorce (1) ze začátku prezentace odhadnout pravděpodobnosti jednotlivých příležitostí:

$$1 = p_k \cdot w_k \quad \Rightarrow \quad p_k = \frac{1}{w_k}$$

Jab.	0.55	Remíza	0.28	Boh.	0.23
Neprohra Jab.	0.84	Nebude remíza	0.78	Neprohra Boh.	0.51

# Marže na kurzovém sázení

Zkusme vsadit tak, aby náš zisk nebyl závislý na výsledku zápasu, např. na výsledek bez remízy.

Vklad	Příležitost	Kurz	Možný zisk
1000	Bohemians	3.24	3240
2436	Jablonec	1.33	3240

Součet vkladů je 3436,-.

Výhra je 3240,-.

Marže je tedy:

$$HE = \frac{3436 - 3240}{3436} \approx 0.06$$

## Sure bet

Taková sázka, která vede k čistému zisku nezávisle na výsledku zápasu.

Jak jej poznat?

$$M = \sum_{k \in K} \frac{1}{w_k}$$

$M < 1$	$M = 1$	$M > 1$
sure bet	férové kurzy	kurzy s marží

Zkusme určit, jak by vypadaly férové kurzy.

$$M = \frac{1}{1.33} + \frac{1}{3.24} \approx 1.06$$

Mohu zkusit pravděpodobnosti „znormovat“, aby  $M = 1$ .

$$M = \frac{1}{1.41} + \frac{1}{3.43} = 1$$

Dostali jsme férové kurzy 1.41 a 3.43.



# Favourite-longshot bias

Zkusme určit, jak by vypadaly férové kurzy.

$$M = \frac{1}{1.33} + \frac{1}{3.24} \approx 1.06$$

Mohu zkusit pravděpodobnosti „znormovat“, aby  $M = 1$ .

$$M = \frac{1}{1.41} + \frac{1}{3.43} = 1$$

Dostali jsme férové kurzy 1.41 a 3.43.

Většinou se ale marže nerozděluje mezi kurzy takto proporčně, ale využívá se jevu, zvaného **favourite-longshot bias**.

## Favourite-longshot bias

Jev, kdy sázkaři systematicky přeceňují pravděpodobnost výhry outsidera a podceňují pravděpodobnost výhry favorita.

Existují různé metody, jak určit rozložení marží. Výsledky pro některé z nich jsou v tabulce.

metoda	Jablonec	Bohemians
basic	1.41	3.43
wpo	1.39	3.59
odds ratio	1.38	3.60
power	1.37	3.69

Aby to nebylo jednoduché, sázkovky často kurzy upravují podle náběru, tzn. pokud hráči nesázejí podle očekávání, mění kurzy tak, aby minimalizovaly případné ztráty. Také pro různé trhy mohou marže různě posouvat.

## Value bet

Taková příležitost, jejíž kurz je nahodnocen oproti (subjektivně) reálné šanci na úspěch.

Jak poznat value bet?

- mám zákulisní informace
- rozumím danému sportu lépe než bookmakeři s AI dohromady
- mám (velmi dobrý) matematický model
- mám (velmi dobrou) AI

a některý z mých kurzů je nižší, než v sázkovce.

## Elo

požívá se např. pro určení síly šachových hráčů. Pravděpodobnost výhry hráče se Elo  $R_A$  nad hráčem s Elo  $R_B$  je

$$E_w = \frac{1}{1 + 10^{\frac{R_B - R_A}{400}}}.$$

Existují různá rozšíření a adaptace pro jiné sporty, ale pro určení kurzů tento model není moc vhodný.

Patrice Marek\*, Blanka Šedivá and Tomáš Ťoupal

## Modeling and prediction of ice hockey match results

Vzorec pro odhad pravděpodobnosti, že domácí dají  $x$  gólů a hosté  $y$  gólů:

$$P(x, y) = \lambda_H^x \lambda_A^y e^{-\lambda_H - \lambda_A} \frac{1 + \lambda(e^{-x} - e^{-d\lambda_H})}{x!y!} (e^{-y} - e^{-d\lambda_A}),$$

kde  $d = 1 - e^{-1}$  a  $\lambda_H$  a  $\lambda_A$  jsou tvořeny součinem parametrů (útok, obrana, parametr zadržení míče a efekt domácího hřiště) daných týmy. Tyto parametry je třeba odhadnout z dat. Parametr  $\lambda$  je společný pro všechny týmy a také je třeba jej odhadnout.

Na co myslet v kasínu:

- kasíno má vždy výhodu
- i když ji nemá, dlouhodobě nás oškube, protože má větší bank
- když už máme výhodu my (počítáme karty v BJ. . . ) časem nás nenechají hrát
- jediná možnost je bonus hunting
- pokud chci hrát za peníze, přistupovat k tomu tak, že si platím za čas strávený koukáním na rotující ovoce

A u kurzových sázek:

- sázkovka má své marže
- sázkovka má většinou lepší predikční modely
- pokud už jsem expert na konkrétní sport, časem mě na něj nenechají vsadit

- prevalence rizikového hraní v populaci: 1 % – 3 %
- vývoj produktů pro včasné odhalení rizikového hraní pomocí AI
- spolupráce více než 90 % trhu s IPRH
- změny legislativy

House-edge information and a volatility warning lead to reduced gambling expenditure: Potential improvements to return-to-player percentages

Philip W.S. Newall<sup>a,b,\*</sup>, Christopher A. Byrne<sup>c</sup>, Alex M.T. Russell<sup>a</sup>, Matthew J. Rockloff<sup>d</sup>

- [hazardni-hry.eu](http://hazardni-hry.eu)
- [wizardofodds.com](http://wizardofodds.com)
- [www.drogy-info.cz](http://www.drogy-info.cz)
- [www.zodpovednehrani.cz](http://www.zodpovednehrani.cz)
- zákon č. 186/2016 Sb. (o hazardních hrách)
- [arXiv:2310.04153v3](https://arxiv.org/abs/2310.04153v3)
- [www.mfcr.cz](http://www.mfcr.cz)
- <https://bitcointalk.org/index.php?topic=5485695.0>
- <https://cran.r-project.org/web/packages/IMPLIED/vignettes/introduction.html>
- <https://www.jstor.org/stable/2986290?origin=JSTOR-pdf>
- <https://doi.org/10.1080/16066359.2023.2195171>
- <https://doi.org/10.1017/exp.2022.21>
- na běžné věci [wikipedia.org](https://wikipedia.org)



