



# Matematika mezi digitálním foťákem a facebookem

Matyáš „ $\int_0^T M dx$ ” Theuer

Katedra aplikované matematiky, VŠB – TU Ostrava

2. 2. 2016



# Plán přednášky

- Úvod
- Matice obrazu
- Histogramy
- Barvy
- Komprese
- Neostrost
- Konvoluce
- Aplikace





→ Matematika →





→ Matematika →



→

Matematika →

facebook



→ Matematika →



→

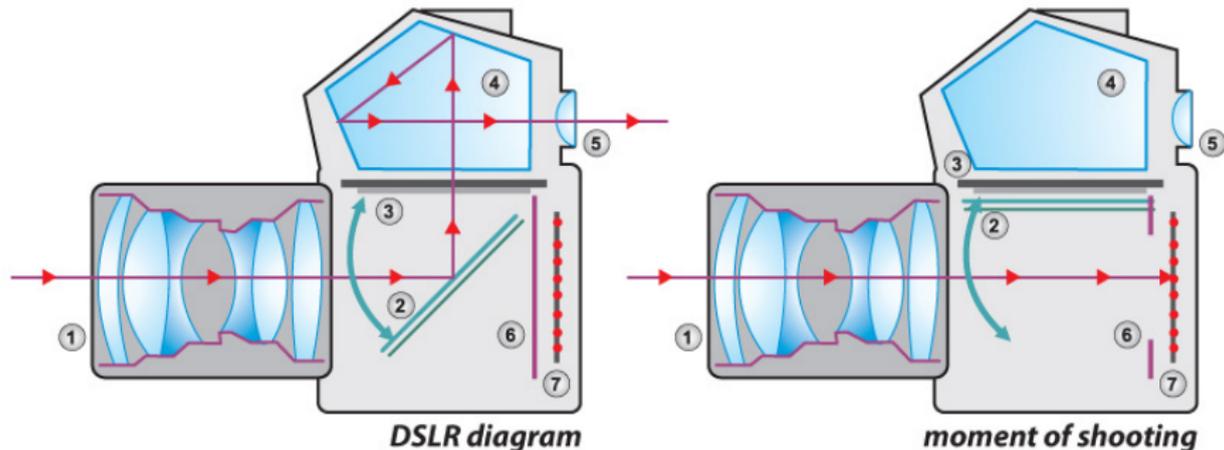
Matematika →

→ Matematika →





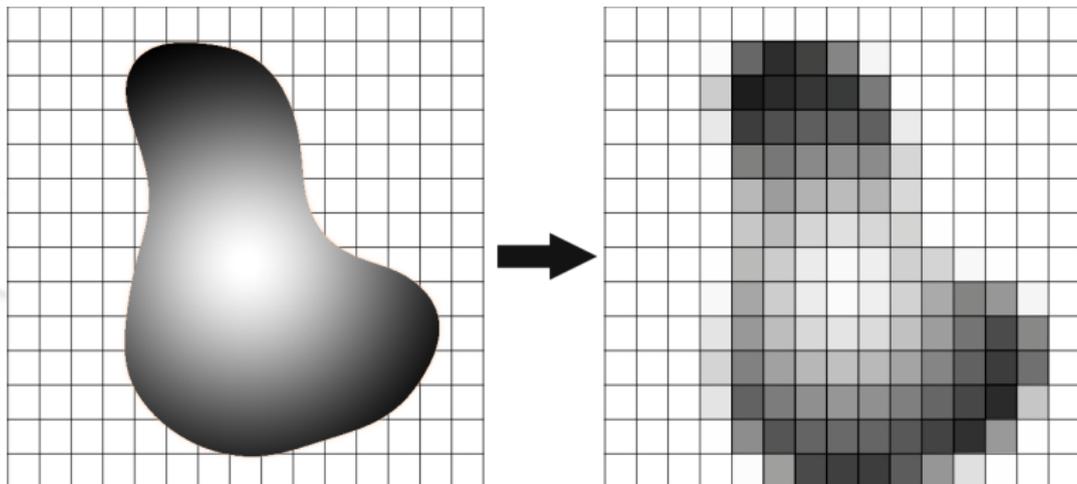
# Zachycení obrazu



- |                          |                        |
|--------------------------|------------------------|
| 1. Lens                  | 5. Eyepiece            |
| 2. Reflex mirror         | 6. Focal-plane shutter |
| 3. Matte focusing screen | 7. Sensor              |
| 4. Pentaprism            | → light                |



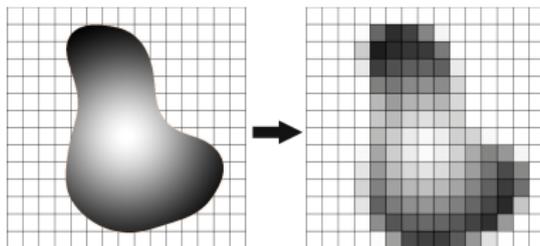
# Digitální obraz



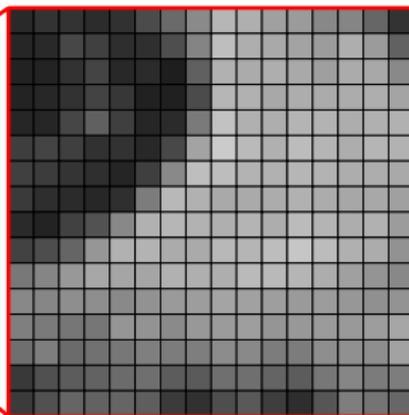
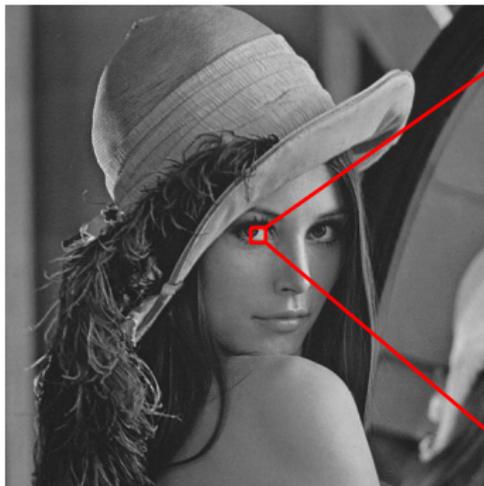
0      50      87      162      209      255



# Matrice obrazu



$$A = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m,1} & a_{m,2} & \cdots & a_{m,n} \end{bmatrix}, \text{ kde } a_{i,j} \in \{0, 1, 2, \dots, 255\}.$$



41	51	51	44	49	75	106	139	182	175	160	155	137	134	102	51
38	41	71	64	46	47	78	133	190	174	169	163	156	174	155	97
34	35	50	68	40	43	30	96	177	171	174	169	159	171	168	137
35	39	50	67	55	33	32	75	182	177	168	173	171	172	174	164
38	38	70	96	63	38	43	122	194	176	174	180	179	173	176	177
62	68	63	49	50	40	72	163	203	186	176	188	181	173	181	178
64	60	52	47	37	63	138	190	189	179	177	182	179	173	173	169
58	46	43	39	47	124	184	177	169	170	172	177	172	167	168	160
42	35	65	82	136	177	182	178	175	180	173	187	180	173	177	156
66	77	101	150	177	179	171	170	184	181	189	198	188	176	172	146
120	133	152	167	165	165	177	175	174	186	185	181	173	160	148	136
137	134	142	142	137	146	154	157	164	161	158	154	156	151	145	147
127	122	118	118	149	148	138	152	155	158	149	152	155	153	157	166
111	126	107	113	119	127	124	126	140	137	124	124	143	144	142	162
57	80	92	98	107	111	92	90	111	111	100	92	119	134	123	125
59	81	101	98	101	94	59	49	78	89	62	46	86	126	116	103



## Naše fotka





# Histogram

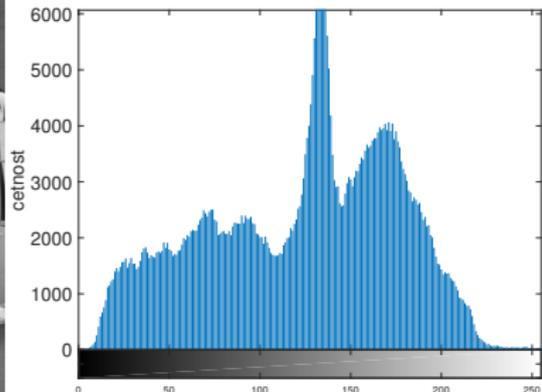
Graf četnosti výskytu jednotlivých hodnot jasu v matici obrazu.





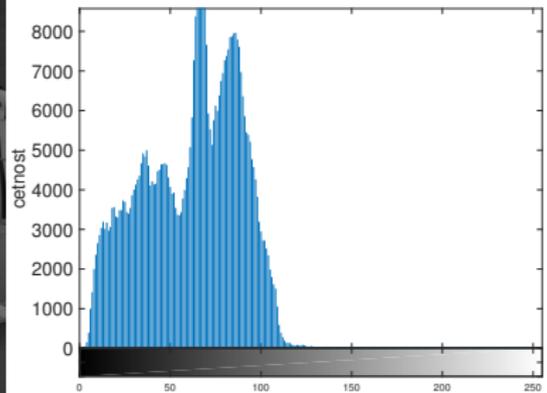
# Histogram

Graf četnosti výskytu jednotlivých hodnot jasu v matici obrazu.



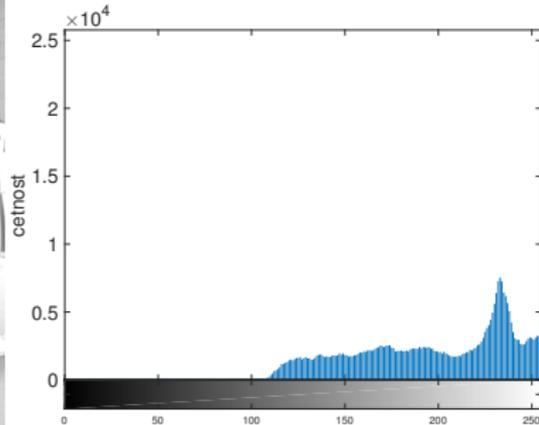


# Ztmavení



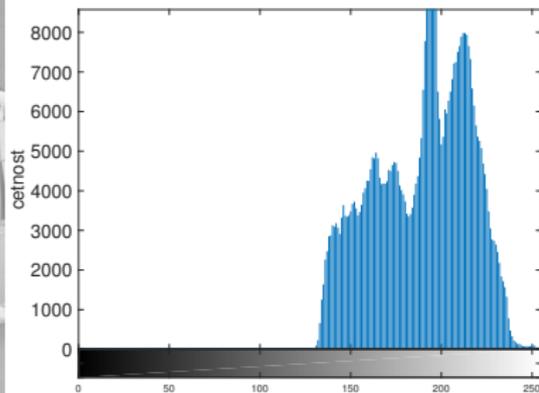
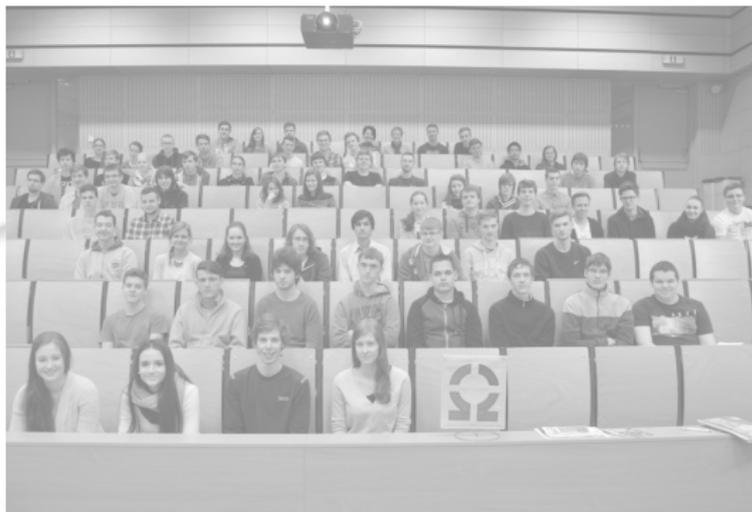


# Zesvětlení I.



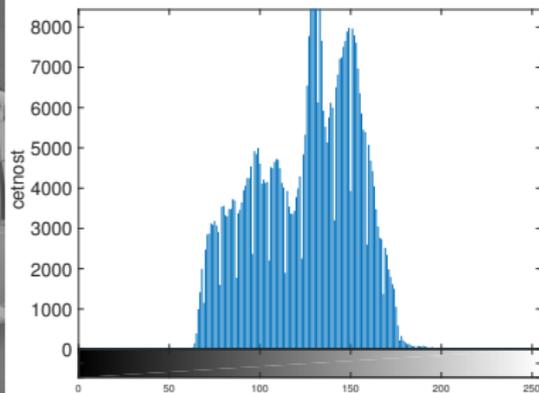


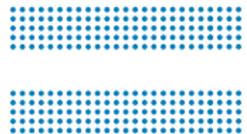
## Zsvětlení II.



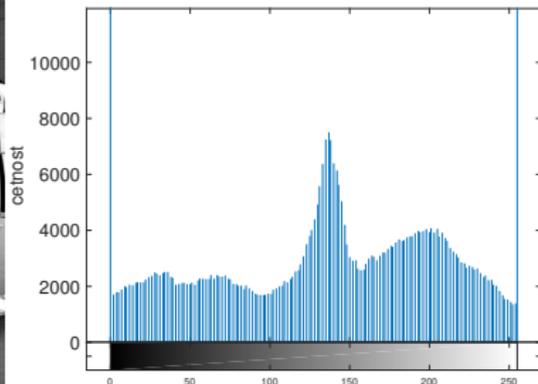


# Snížení kontrastu



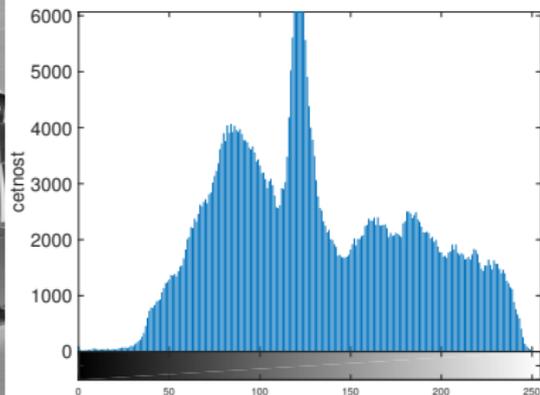


# Zvýšení kontrastu





# Negativ





## Prahování

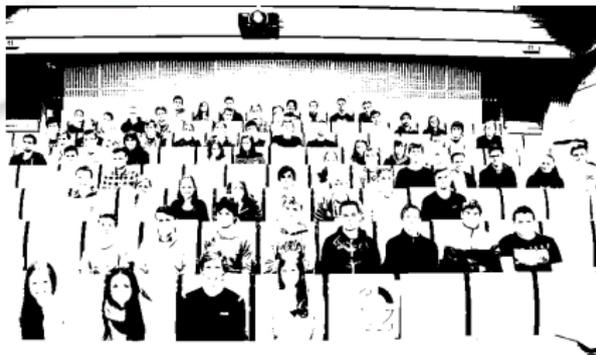
Pixely, které mají menší hodnotu jasu než práh  $t$  jsou nastaveny na 0.  
Ostatní jsou nastaveny na 255.





## Prahování

Pixely, které mají menší hodnotu jasu než práh  $t$  jsou nastaveny na 0.  
Ostatní jsou nastaveny na 255.

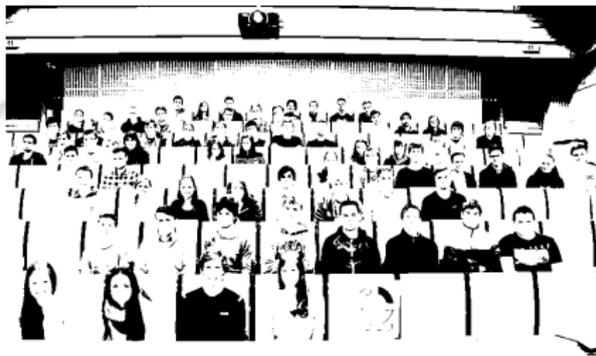


$$t = 80$$



## Prahování

Pixely, které mají menší hodnotu jasu než práh  $t$  jsou nastaveny na 0.  
Ostatní jsou nastaveny na 255.



$t = 80$



$t = 150$



## Barevný obraz

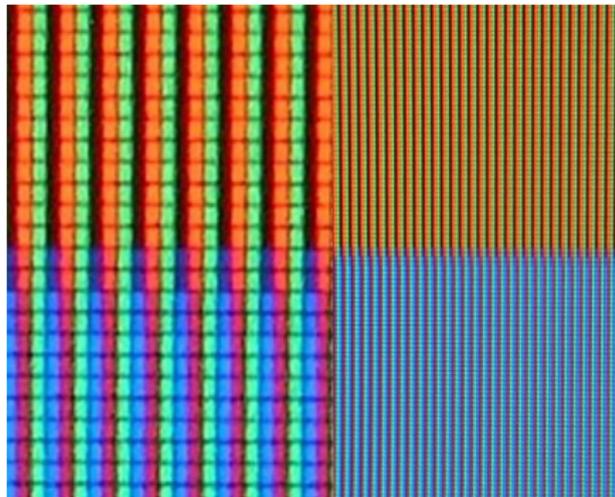
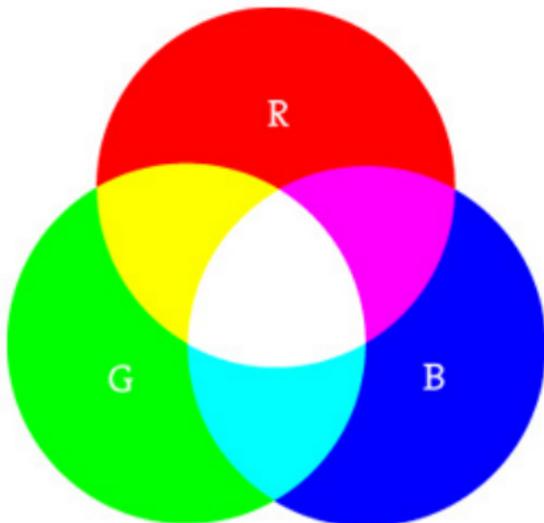
Skládá se ze tří barevných složek R, G a B.





## Barevný obraz

Skládá se ze tří barevných složek R, G a B.





## Barevný obraz

Každý barevný obraz obsahuje tři obrazové matice s hodnotami jasu pro jednotlivé barevné složky.





## Barevný obraz

Každý barevný obraz obsahuje tři obrazové matice s hodnotami jasu pro jednotlivé barevné složky.





## Barevný obraz

Každý barevný obraz obsahuje tři obrazové matice s hodnotami jasu pro jednotlivé barevné složky.





## Barevný obraz

Každý barevný obraz obsahuje tři obrazové matice s hodnotami jasu pro jednotlivé barevné složky.





## Barevný obraz

Každý barevný obraz obsahuje tři obrazové matice s hodnotami jasu pro jednotlivé barevné složky.





## Barevný obraz

Každý barevný obraz obsahuje tři obrazové matice s hodnotami jasu pro jednotlivé barevné složky.





## Barevný obraz

Každý barevný obraz obsahuje tři obrazové matice s hodnotami jasu pro jednotlivé barevné složky.



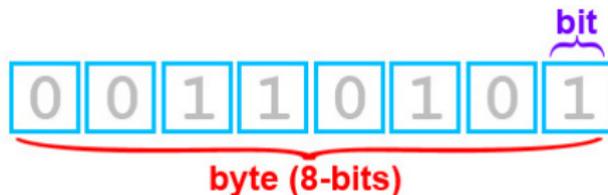






## Jak obraz uložit?

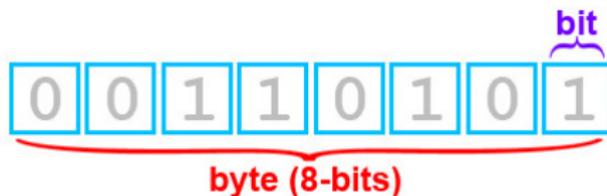
- Číslo od 0 do 255 uložíme do 8 bitů.
- Když je obraz barevný, uložíme tři matice R G B.
- Na jeden pixel potřebujeme  $3 \times 8$  bitů  $\rightarrow 3B$ .
- Na malý obrázek  $800 \times 600$  pixelů je potřeba 1,4MB.
- V praxi není problém uložit takový obrázek do 100kB.





## Jak obraz uložit?

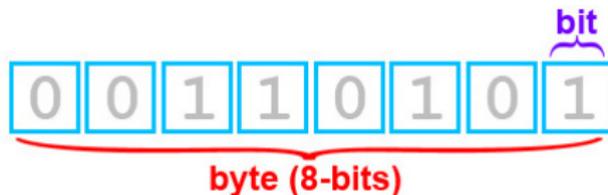
- Číslo od 0 do 255 uložíme do 8 bitů.
- Když je obraz barevný, uložíme tři matice R G B.
- Na jeden pixel potřebujeme  $3 \times 8$  bitů  $\rightarrow 3B$ .
- Na malý obrázek  $800 \times 600$  pixelů je potřeba 1,4MB.
- V praxi není problém uložit takový obrázek do 100kB.





## Jak obraz uložit?

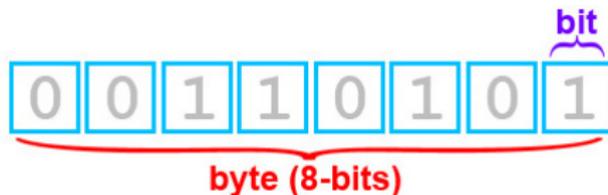
- Číslo od 0 do 255 uložíme do 8 bitů.
- Když je obraz barevný, uložíme tři matice R G B.
- Na jeden pixel potřebujeme  $3 \times 8$  bitů  $\rightarrow 3B$ .
- Na malý obrázek  $800 \times 600$  pixelů je potřeba 1,4MB.
- V praxi není problém uložit takový obrázek do 100kB.





## Jak obraz uložit?

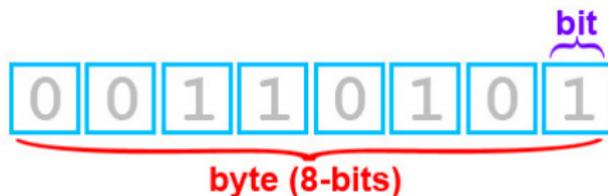
- Číslo od 0 do 255 uložíme do 8 bitů.
- Když je obraz barevný, uložíme tři matice R G B.
- Na jeden pixel potřebujeme  $3 \times 8$  bitů  $\rightarrow 3B$ .
- Na malý obrázek  $800 \times 600$  pixelů je potřeba 1,4MB.
- V praxi není problém uložit takový obrázek do 100kB.





## Jak obraz uložit?

- Číslo od 0 do 255 uložíme do 8 bitů.
- Když je obraz barevný, uložíme tři matice R G B.
- Na jeden pixel potřebujeme  $3 \times 8$  bitů  $\rightarrow 3B$ .
- Na malý obrázek  $800 \times 600$  pixelů je potřeba 1,4MB.
- V praxi není problém uložit takový obrázek do 100kB.





JPEG:100, size:703.62 kB



JPEG:75, size:128.89 kB



JPEG:50, size:79.45 kB



JPEG:25, size:48.49 kB



JPEG:10, size:26.84 kB



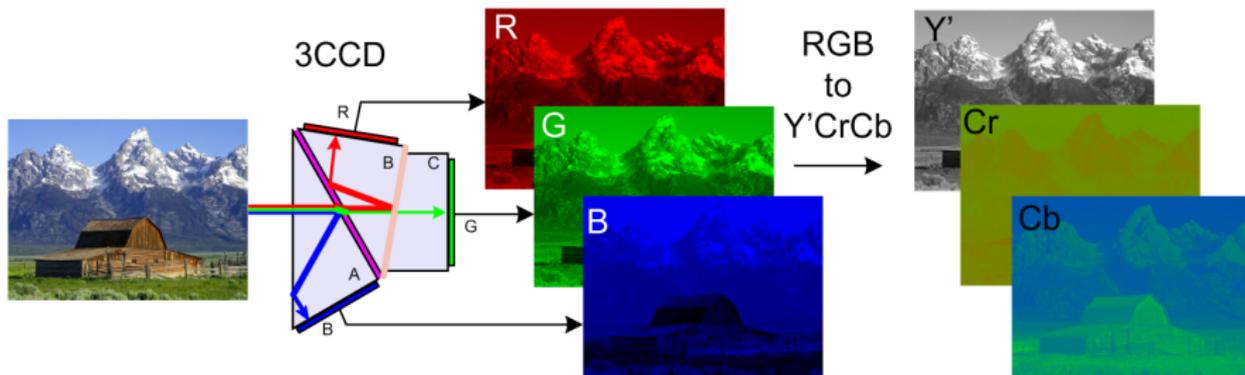
JPEG:5, size:18.09 kB



JPEG:1, size:13.64 kB



# JPEG komprese





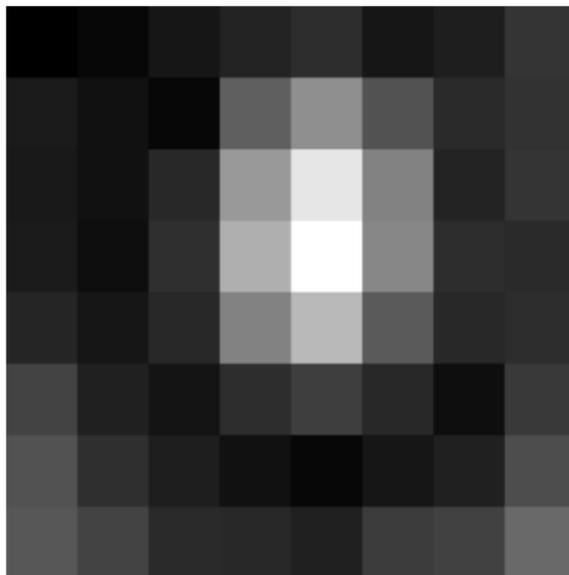
# JPEG komprese





# JPEG komprese - příklad

Originální obraz





## JPEG komprese

Matice obrazu

52	55	61	66	70	61	64	73
63	59	55	90	109	85	69	72
62	59	68	113	144	104	66	73
63	58	71	122	154	106	70	69
67	61	68	104	126	88	68	70
79	65	60	70	77	68	58	75
85	71	64	59	55	61	65	83
87	79	69	68	65	76	78	94



## JPEG komprese

Odečte se 128:

$$\begin{bmatrix} -76 & -73 & -67 & -62 & -58 & -67 & -64 & -55 \\ -65 & -69 & -73 & -38 & -19 & -43 & -59 & -56 \\ -66 & -69 & -60 & -15 & 16 & -24 & -62 & -55 \\ -65 & -70 & -57 & -6 & 26 & -22 & -58 & -59 \\ -61 & -67 & -60 & -24 & -2 & -40 & -60 & -58 \\ -49 & -63 & -68 & -58 & -51 & -60 & -70 & -53 \\ -43 & -57 & -64 & -69 & -73 & -67 & -63 & -45 \\ -41 & -49 & -59 & -60 & -63 & -52 & -50 & -34 \end{bmatrix}$$



## JPEG komprese

Provede se diskrétní cosinová transformace

$$G_{u,v} = \frac{1}{4} \alpha(u) \alpha(v) \sum_{x=0}^7 \sum_{y=0}^7 g_{x,y} \cos \left[ \frac{(2x+1)u\pi}{16} \right] \cos \left[ \frac{(2y+1)v\pi}{16} \right]$$

-415.38	-30.19	-61.20	27.24	56.12	-20.10	-2.39	0.46
4.47	-21.86	-60.76	10.25	13.15	-7.09	-8.54	4.88
-46.83	7.37	77.13	-24.56	-28.91	9.93	5.42	-5.65
-48.53	12.07	34.10	-14.76	-10.24	6.30	1.83	1.95
12.12	-6.55	-13.20	-3.95	-1.87	1.75	-2.79	3.14
-7.73	2.91	2.38	-5.94	-2.38	0.94	4.30	1.85
-1.03	0.18	0.42	-2.42	-0.88	-3.02	4.12	-0.66
-0.17	0.14	-1.07	-4.19	-1.17	-0.10	0.50	1.68



## JPEG komprese

Provede se kvantizace (každý prvek se vydělí určitým číslem z kvantizační tabulky, která je vždy stejná)

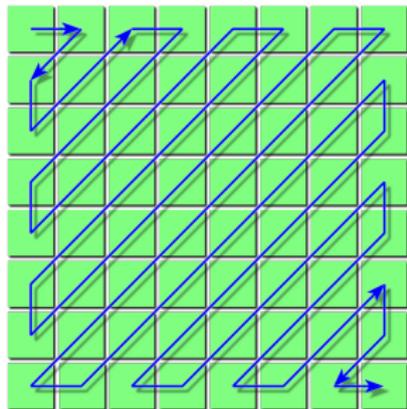
$$\begin{bmatrix} -26 & -3 & -6 & 2 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -4 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 5 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



## JPEG komprese - příklad

Uloží se jen několik počátečních hodnot podle schématu:

$$\begin{bmatrix} -26 & -3 & -6 & 2 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -4 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 5 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

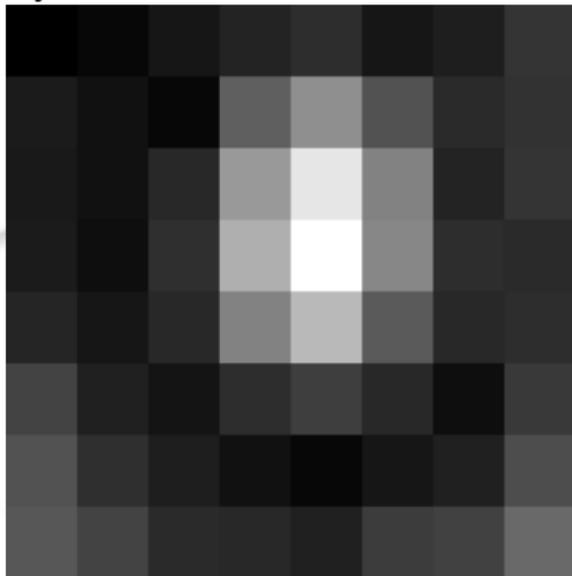


$$I = [-26, -3, 0, -6, -2, -3, \dots, -1, -1]$$

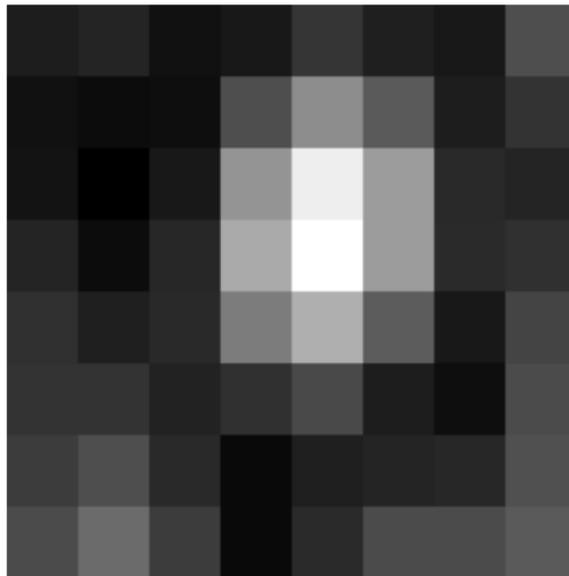


# JPEG komprese

Výsledek:



originál



rekonstrukce z 25 čísel



## Odstraňování neostrosti

K rozmazání (vzniku neostrosti) může dojít několika způsoby:

- Snímaný objekt se pohybuje
- Záznamové zařízení se pohybuje
- Signál se nešíří ideálním prostředím
- Nemáme dokonalou optiku



## Odstraňování neostrosti

K rozmazání (vzniku neostrosti) může dojít několika způsoby:

- Snímaný objekt se pohybuje
- Záznamové zařízení se pohybuje
- Signál se nešíří ideálním prostředím
- Nemáme dokonalou optiku



## Odstraňování neostrosti

K rozmazání (vzniku neostrosti) může dojít několika způsoby:

- Snímaný objekt se pohybuje
- Záznamové zařízení se pohybuje
- Signál se nešíří ideálním prostředím
- Nemáme dokonalou optiku



## Odstraňování neostrosti

K rozmazání (vzniku neostrosti) může dojít několika způsoby:

- Snímaný objekt se pohybuje
- Záznamové zařízení se pohybuje
- Signál se nešíří ideálním prostředím
- Nemáme dokonalou optiku



## Odstraňování neostrosti

K rozmazání (vzniku neostrosti) může dojít několika způsoby:

- Snímaný objekt se pohybuje
- Záznamové zařízení se pohybuje
- Signál se nešíří ideálním prostředím
- Nemáme dokonalou optiku



## Odstraňování neostrosti

K rozmazání (vzniku neostrosti) může dojít několika způsoby:

- Snímaný objekt se pohybuje
- Záznamové zařízení se pohybuje
- Signál se nešíří ideálním prostředím
- Nemáme dokonalou optiku

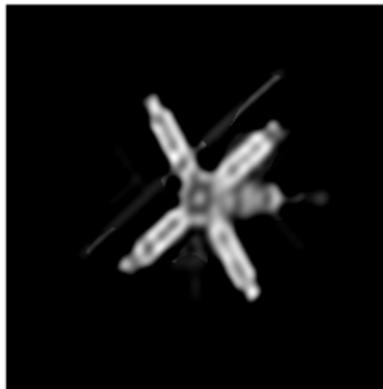




## Odstraňování neostrosti

K rozmazání (vzniku neostrosti) může dojít několika způsoby:

- Snímaný objekt se pohybuje
- Záznamové zařízení se pohybuje
- Signál se nešíří ideálním prostředím
- Nemáme dokonalou optiku

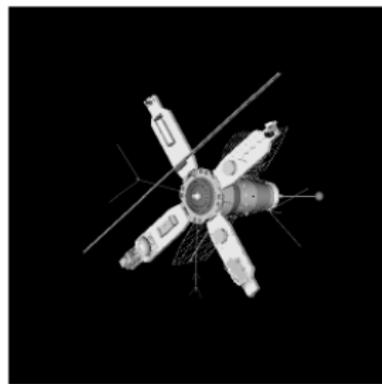
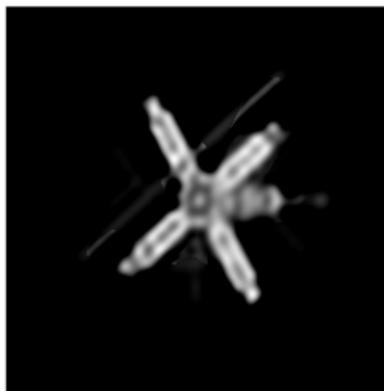




## Odstraňování neostrosti

K rozmazání (vzniku neostrosti) může dojít několika způsoby:

- Snímaný objekt se pohybuje
- Záznamové zařízení se pohybuje
- Signál se nešíří ideálním prostředím
- Nemáme dokonalou optiku





## Matematický model rozostření

- Předpokládáme existenci přesného obrazu  $\mathbf{x}$ .
  - Vlivem různých podmínek dochází k rozostření a vzniku neostrého obrazu  $\mathbf{b}$ .
  - Proces rozostření modelujeme jako násobení maticí  $A$ .
  - Řešíme tedy rovnici  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ . Jedná se o tzv. inverzní problém.
- 
- Pro obrázek o velikosti  $256 \times 256$  pixelů má matice  $A$   $4,29 \cdot 10^9$  prvků.
  - K relativně přesnému počítání je potřeba ukládat čísla v 8 B, což znamená přes 30 GB místa jen k uložení takové matice.
  - Pro obrázek o velikosti  $3000 \times 2000$  pixelů by bylo potřeba přes 2 PB.
  - Soustava je velmi špatně podmíněná.



## Matematický model rozostření

- Předpokládáme existenci přesného obrazu  $\mathbf{x}$ .
- Vlivem různých podmínek dochází k rozostření a vzniku neostrého obrazu  $\mathbf{b}$ .
  - Proces rozostření modelujeme jako násobení maticí  $A$ .
  - Řešíme tedy rovnici  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ . Jedná se o tzv. inverzní problém.
- Pro obrázek o velikosti  $256 \times 256$  pixelů má matice  $A$   $4,29 \cdot 10^9$  prvků.
- K relativně přesnému počítání je potřeba ukládat čísla v 8 B, což znamená přes 30 GB místa jen k uložení takové matice.
- Pro obrázek o velikosti  $3000 \times 2000$  pixelů by bylo potřeba přes 2 PB.
- Soustava je velmi **špatně podmíněná**.



## Matematický model rozostření

- Předpokládáme existenci přesného obrazu  $\mathbf{x}$ .
  - Vlivem různých podmínek dochází k rozostření a vzniku neostrého obrazu  $\mathbf{b}$ .
  - Proces rozostření modelujeme jako násobení maticí  $A$ .
  - Řešíme tedy rovnici  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ . Jedná se o tzv. inverzní problém.
- 
- Pro obrázek o velikosti  $256 \times 256$  pixelů má matice  $A$   $4,29 \cdot 10^9$  prvků.
  - K relativně přesnému počítání je potřeba ukládat čísla v 8 B, což znamená přes 30 GB místa jen k uložení takové matice.
  - Pro obrázek o velikosti  $3000 \times 2000$  pixelů by bylo potřeba přes 2 PB.
  - Soustava je velmi špatně podmíněná.



## Matematický model rozostření

- Předpokládáme existenci přesného obrazu  $\mathbf{x}$ .
  - Vlivem různých podmínek dochází k rozostření a vzniku neostrého obrazu  $\mathbf{b}$ .
  - Proces rozostření modelujeme jako násobení maticí  $A$ .
  - Řešíme tedy rovnici  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ . Jedná se o tzv. inverzní problém.
- 
- Pro obrázek o velikosti  $256 \times 256$  pixelů má matice  $A$   $4,29 \cdot 10^9$  prvků.
  - K relativně přesnému počítání je potřeba ukládat čísla v 8 B, což znamená přes 30 GB místa jen k uložení takové matice.
  - Pro obrázek o velikosti  $3000 \times 2000$  pixelů by bylo potřeba přes 2 PB.
  - Soustava je velmi špatně podmíněná.



## Matematický model rozostření

- Předpokládáme existenci přesného obrazu  $\mathbf{x}$ .
  - Vlivem různých podmínek dochází k rozostření a vzniku neostrého obrazu  $\mathbf{b}$ .
  - Proces rozostření modelujeme jako násobení maticí  $A$ .
  - Řešíme tedy rovnici  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ . Jedná se o tzv. inverzní problém.
- 
- Pro obrázek o velikosti  $256 \times 256$  pixelů má matice  $A$   $4,29 \cdot 10^9$  prvků.
  - K relativně přesnému počítání je potřeba ukládat čísla v 8 B, což znamená přes 30 GB místa jen k uložení takové matice.
  - Pro obrázek o velikosti  $3000 \times 2000$  pixelů by bylo potřeba přes 2 PB.
  - Soustava je velmi špatně podmíněná.



## Matematický model rozostření

- Předpokládáme existenci přesného obrazu  $\mathbf{x}$ .
  - Vlivem různých podmínek dochází k rozostření a vzniku neostrého obrazu  $\mathbf{b}$ .
  - Proces rozostření modelujeme jako násobení maticí  $A$ .
  - Řešíme tedy rovnici  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ . Jedná se o tzv. inverzní problém.
- 
- Pro obrázek o velikosti  $256 \times 256$  pixelů má matice  $A$   $4,29 \cdot 10^9$  prvků.
  - K relativně přesnému počítání je potřeba ukládat čísla v 8 B, což znamená přes 30 GB místa jen k uložení takové matice.
  - Pro obrázek o velikosti  $3000 \times 2000$  pixelů by bylo potřeba přes 2 PB.
  - Soustava je velmi špatně podmíněná.



## Matematický model rozostření

- Předpokládáme existenci přesného obrazu  $\mathbf{x}$ .
  - Vlivem různých podmínek dochází k rozostření a vzniku neostrého obrazu  $\mathbf{b}$ .
  - Proces rozostření modelujeme jako násobení maticí  $A$ .
  - Řešíme tedy rovnici  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ . Jedná se o tzv. inverzní problém.
- 
- Pro obrázek o velikosti  $256 \times 256$  pixelů má matice  $A$   $4,29 \cdot 10^9$  prvků.
  - K relativně přesnému počítání je potřeba ukládat čísla v 8 B, což znamená přes 30 GB místa jen k uložení takové matice.
  - Pro obrázek o velikosti  $3000 \times 2000$  pixelů by bylo potřeba přes 2 PB.
  - Soustava je velmi špatně podmíněná.



## Matematický model rozostření

- Předpokládáme existenci přesného obrazu  $\mathbf{x}$ .
  - Vlivem různých podmínek dochází k rozostření a vzniku neostrého obrazu  $\mathbf{b}$ .
  - Proces rozostření modelujeme jako násobení maticí  $A$ .
  - Řešíme tedy rovnici  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ . Jedná se o tzv. inverzní problém.
- 
- Pro obrázek o velikosti  $256 \times 256$  pixelů má matice  $A$   $4,29 \cdot 10^9$  prvků.
  - K relativně přesnému počítání je potřeba ukládat čísla v 8 B, což znamená přes 30 GB místa jen k uložení takové matice.
  - Pro obrázek o velikosti  $3000 \times 2000$  pixelů by bylo potřeba přes 2 PB.
  - Soustava je velmi **špatně podmíněná**.



## Špatně podmíněná soustava

Uvažujme soustavu rovnic:

$$x_1 + y_1 = 1$$

$$x_1 + 1,01y_1 = 2$$



## Špatně podmíněná soustava

Uvažujme soustavu rovnic:

$$x_1 + y_1 = 1$$

$$x_1 + 1,01y_1 = 2$$

Není těžké najít řešení  $x_1 = -99$  a  $y_1 = 100$ .



## Špatně podmíněná soustava

Uvažujme soustavu rovnic:

$$x_1 + y_1 = 1$$

$$x_1 + 1,01y_1 = 2$$

Není těžké najít řešení  $x_1 = -99$  a  $y_1 = 100$ . Co kdybychom zadání nepatrně změnili:



## Špatně podmíněná soustava

Uvažujme soustavu rovnic:

$$x_1 + y_1 = 1$$

$$x_1 + 1,01y_1 = 2$$

Není těžké najít řešení  $x_1 = -99$  a  $y_1 = 100$ . Co kdybychom zadání nepatrně změnili:

$$x_2 + y_2 = 1$$

$$x_2 + 0,99y_2 = 2$$



## Špatně podmíněná soustava

Uvažujme soustavu rovnic:

$$\begin{aligned}x_1 + y_1 &= 1 \\x_1 + 1,01y_1 &= 2\end{aligned}$$

Není těžké najít řešení  $x_1 = -99$  a  $y_1 = 100$ . Co kdybychom zadání nepatrně změnili:

$$\begin{aligned}x_2 + y_2 &= 1 \\x_2 + 0,99y_2 &= 2\end{aligned}$$

Opět není problém soustavu vyřešit, výsledky se však podstatně liší:  
 $x_2 = 101$  a  $y_2 = -100$ .

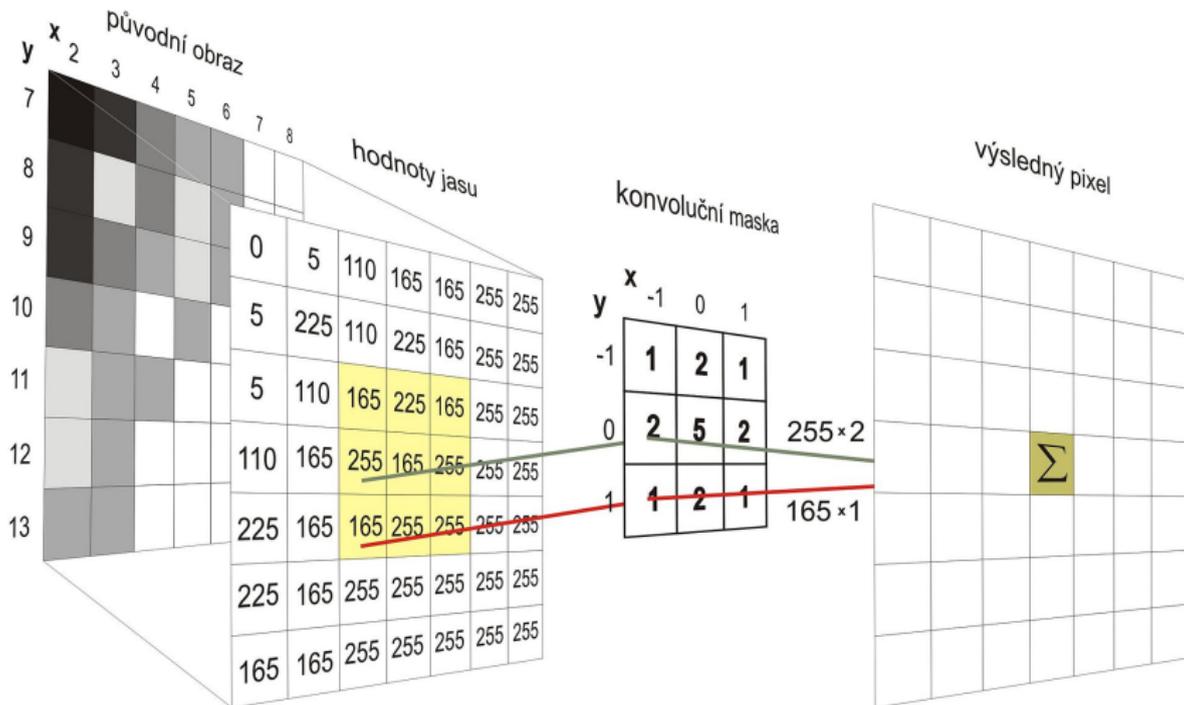


# Konvoluce





# Konvoluce





# Konvoluce - rozostření



$$\frac{1}{17} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$



## Konvoluce - zvýraznění hran



$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$



# Konvoluce - šum





## Konvoluce - redukce šumu



$$\frac{1}{9} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$



## Konvoluce - redukce šumu



$$\frac{1}{9} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ a \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$



## Konvoluce - pouze hrany



$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$



## Konvoluce - svislé hrany



$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



## Konvoluce - vodorovné hrany



$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

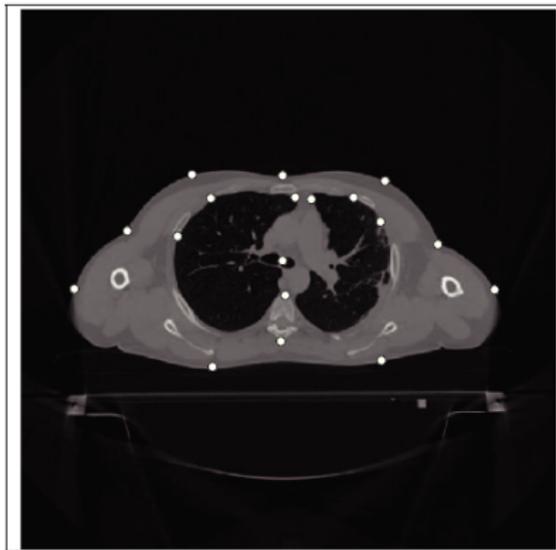


# Registrace obrazu v biomedicíně

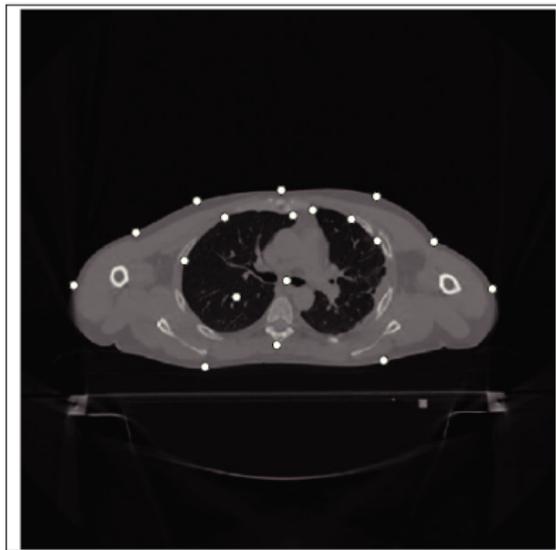




## Registrace obrazu v biomedicíně



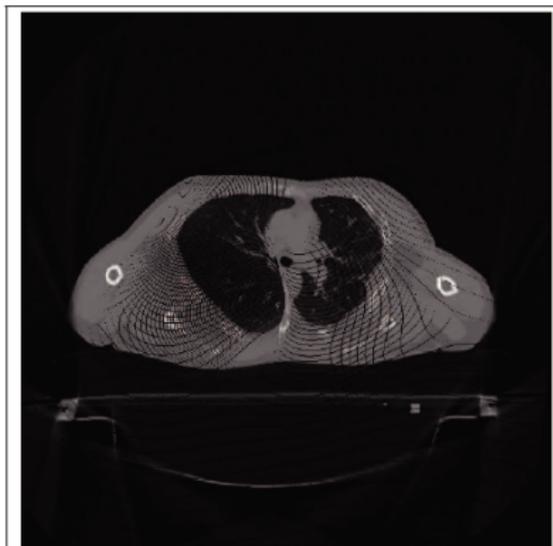
(a) Obraz  $R$ .



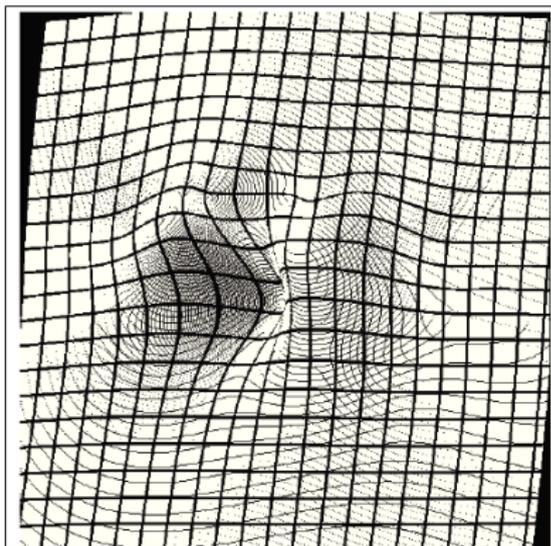
(b) Obraz  $T$ .



## Registrace obrazu v biomedicíně

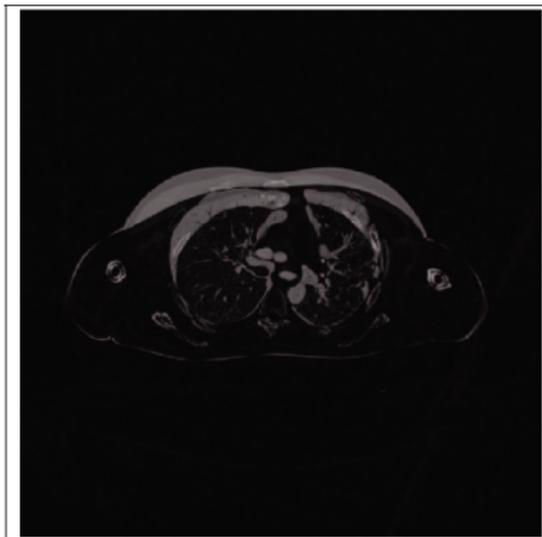


(c) Obraz  $T_\varphi$ .



(d) Transformovaná mřížka.

## Registrace obrazu v biomedicíně



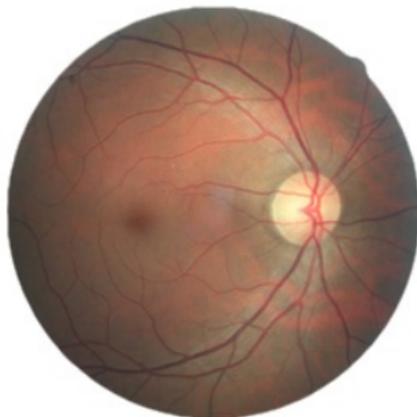
(e) Rozdíl obrazu  $T$  a  $R$ .



(f) Rozdíl obrazu  $T_\varphi$  a  $R$ .



## Registrace obrazu v biomedicíně - Kaggle



<https://www.kaggle.com/c/diabetic-retinopathy-detection>  
Second Annual Data Science Bowl



# A mnoho ďalších aplikácií



Katedra aplikované matematiky

## BAKALÁŘSKÉ PRÁCE 2011

### Obor Výpočetní matematika

---

#### SYNERGIE KLASICKÝCH MODELOV

Ing. Petr Čížek, Ing. Jiří Štěrba, Ph.D.

Práce se zabývá aplikací matematických modelů v oblasti ekonomie a finanční matematiky. Zaměřuje se na modelování a simulaci ekonomických procesů a finančních trhů. Klíčové oblasti zahrnují optimalizační problémy, diferenciální rovnice a stochastické procesy.



#### PRÁKOVÉ ÚPOTŘEBY OPTIMIZAČNÍHO ALGORITMU GRAFICKÉHO ROZLIŠOVÁNÍ

Ing. Petr Čížek, Ing. Jiří Štěrba, Ph.D.

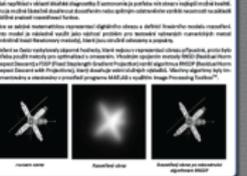
Práce se zabývá aplikací algoritmu grafického rozlišení v oblasti počítačového vidění a zpracování obrázků. Zaměřuje se na optimalizaci parametrů algoritmu a jeho využití v praktických aplikacích.



#### LINEÁRNÍ ALGEBRA REKURZIVNÍMI OBRÁZKY

Ing. Petr Čížek, Ing. Jiří Štěrba, Ph.D.

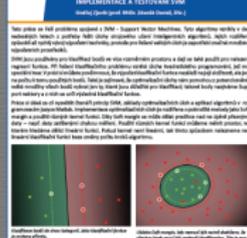
Práce se zabývá aplikací lineární algebry v oblasti generování rekurzivních obrázků. Zaměřuje se na využití maticových operací a vlastností lineárních transformací.



#### IMPLEMENTACE A TESTOVÁNÍ SIMULACE

Ing. Petr Čížek, Ing. Jiří Štěrba, Ph.D.

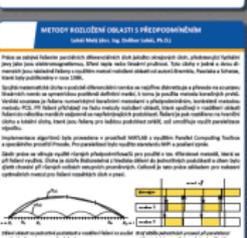
Práce se zabývá implementací a testováním simulace. Zaměřuje se na optimalizaci výkonu a přesnosti simulace v reálném čase.



#### METODY ŘEŠENÍ ÚLOHY O PŘESUNOVÁNÍ

Ing. Petr Čížek, Ing. Jiří Štěrba, Ph.D.

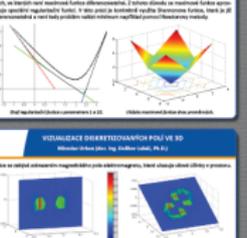
Práce se zabývá řešením úlohy o přesouvání. Zaměřuje se na optimalizaci trajektorie a času potřebného pro přesunutí objektu.



#### VYSLÉDÁKOVÉ ODRŽOVÁNÍ POLYMERU

Ing. Petr Čížek, Ing. Jiří Štěrba, Ph.D.

Práce se zabývá výslédákovým udržováním polymeru. Zaměřuje se na optimalizaci podmínek udržování a analýzy výsledků.



am.vsb.cz







# A mnoho dalších aplikací

## Diplomové práce 2010/2011

Ondřej Grout, Martin Haal, Michal Morita, Lukáš Rappert, Jan Sefcena, Alena Valentová, Jan Zapletal  
Katedra aplikované matematiky

### Přístupná aplikace řešení magnetických obvodových grafů

Ondřej Grout (Mgr., Ph.D., Ph.D.)

Těžiště práce a magisterské a nyní i bakalářské diplomové práce spočívalo v vývoji metody řešení magnetických obvodových grafů (MAG) pomocí algoritmu založeného na řešení soustavy lineárních rovnic. Práce je určena širokému okruhu čtenářů, kteří se věnují obvodu magnetických strojů a souvisejícím aplikacím.

Jedním z nejdůležitějších výsledků je realizace algoritmu řešení magnetických obvodových grafů (MAG) pomocí algoritmu založeného na řešení soustavy lineárních rovnic. Práce je určena širokému okruhu čtenářů, kteří se věnují obvodu magnetických strojů a souvisejícím aplikacím. Zvládnutí práce bylo možno díky spolupráci s odborníky z ústavu fyziky a elektrotechniky ČVUT v Praze.

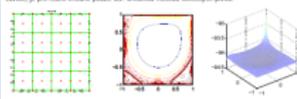


### Neověřitelné řešení Neumannových-Selowskéhoho rovnice pomocí metody konečných prvků

Martin Haal (Mgr., Ph.D., Ph.D.)

Přístupná webová aplikace řešení Neumannovy-Selowského rovnice

Práce je zaměřena na řešení Neumannovy-Selowského rovnice pomocí metody konečných prvků. Práce je určena širokému okruhu čtenářů, kteří se věnují obvodu magnetických strojů a souvisejícím aplikacím.



Ukázka numerického řešení Neumannovy-Selowského rovnice pomocí metody konečných prvků. Práce je zaměřena na řešení Neumannovy-Selowského rovnice pomocí metody konečných prvků. Práce je určena širokému okruhu čtenářů, kteří se věnují obvodu magnetických strojů a souvisejícím aplikacím.

### Využití dynamických grafů pro vyhodnocení nejdůležitějších zdrojů a dopravní síť

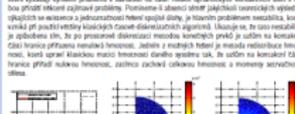
Lukáš Rappert (Mgr., Ph.D., Ph.D.)

Jedním z cílů práce bylo vyhodnocení nejdůležitějších zdrojů a dopravní sítě pomocí metody konečných prvků. Práce je zaměřena na řešení Neumannovy-Selowského rovnice pomocí metody konečných prvků. Práce je určena širokému okruhu čtenářů, kteří se věnují obvodu magnetických strojů a souvisejícím aplikacím.

Katedra aplikované matematiky, Fakulta inženýrství a informatiky, Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

průběhem, je v obou případech parametry této funkce v časové proměnné funkce. S využitím této metody lze získat řešení této funkce v časové proměnné funkce. Práce je určena širokému okruhu čtenářů, kteří se věnují obvodu magnetických strojů a souvisejícím aplikacím.

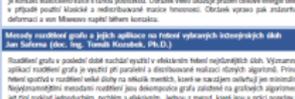
Práce je zaměřena na řešení Neumannovy-Selowského rovnice pomocí metody konečných prvků. Práce je určena širokému okruhu čtenářů, kteří se věnují obvodu magnetických strojů a souvisejícím aplikacím.



### Metody řešení magnetických obvodových grafů

Jan Sefcena (Mgr., Ph.D., Ph.D.)

Práce je zaměřena na řešení magnetických obvodových grafů pomocí metody konečných prvků. Práce je určena širokému okruhu čtenářů, kteří se věnují obvodu magnetických strojů a souvisejícím aplikacím.



Práce je zaměřena na řešení magnetických obvodových grafů pomocí metody konečných prvků. Práce je určena širokému okruhu čtenářů, kteří se věnují obvodu magnetických strojů a souvisejícím aplikacím.

### Metody řešení magnetických obvodových grafů

Jan Sefcena (Mgr., Ph.D., Ph.D.)

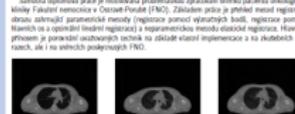
Práce je zaměřena na řešení magnetických obvodových grafů pomocí metody konečných prvků. Práce je určena širokému okruhu čtenářů, kteří se věnují obvodu magnetických strojů a souvisejícím aplikacím.

Katedra aplikované matematiky, Fakulta inženýrství a informatiky, Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

### Registrační algoritmus se zaměřením na množinové aplikace

Alena Valentová (Mgr., Ph.D., Ph.D.)

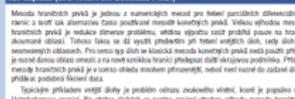
Práce je zaměřena na řešení magnetických obvodových grafů pomocí metody konečných prvků. Práce je určena širokému okruhu čtenářů, kteří se věnují obvodu magnetických strojů a souvisejícím aplikacím.



### Metody řešení magnetických obvodových grafů

Jan Zapletal (Mgr., Ph.D., Ph.D.)

Práce je zaměřena na řešení magnetických obvodových grafů pomocí metody konečných prvků. Práce je určena širokému okruhu čtenářů, kteří se věnují obvodu magnetických strojů a souvisejícím aplikacím.



Práce je zaměřena na řešení magnetických obvodových grafů pomocí metody konečných prvků. Práce je určena širokému okruhu čtenářů, kteří se věnují obvodu magnetických strojů a souvisejícím aplikacím.

### Metody řešení magnetických obvodových grafů

Jan Zapletal (Mgr., Ph.D., Ph.D.)

Práce je zaměřena na řešení magnetických obvodových grafů pomocí metody konečných prvků. Práce je určena širokému okruhu čtenářů, kteří se věnují obvodu magnetických strojů a souvisejícím aplikacím.

Katedra aplikované matematiky, Fakulta inženýrství a informatiky, Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava





## Zdroje obrázků:

<http://myphotographylesson.com/dslr-%E2%80%93-93-principle-scheme-of-work/>

<http://www.kenrockwell.com/nikon/d800.htm>

[http://commons.wikimedia.org/wiki/File:  
Facebook\\_like\\_thumb.png](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Facebook_like_thumb.png)

<http://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AFacebook.svg>

[http://commons.wikimedia.org/wiki/File:  
Konvoluce\\_2rozm\\_diskretni.jpg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Konvoluce_2rozm_diskretni.jpg)

<http://kaggle.com>

[http://en.wikipedia.org/wiki/RGB\\_color\\_model](http://en.wikipedia.org/wiki/RGB_color_model)

<http://www.fei.vsb.cz/k470/cs/studium/absolventi/postery/>

Obrázky registrace: Ing. Alena Vašatová





<https://www.facebook.com/groups/KAM470/>





<https://www.facebook.com/groups/KAM470/>

**Děkuji za pozornost**