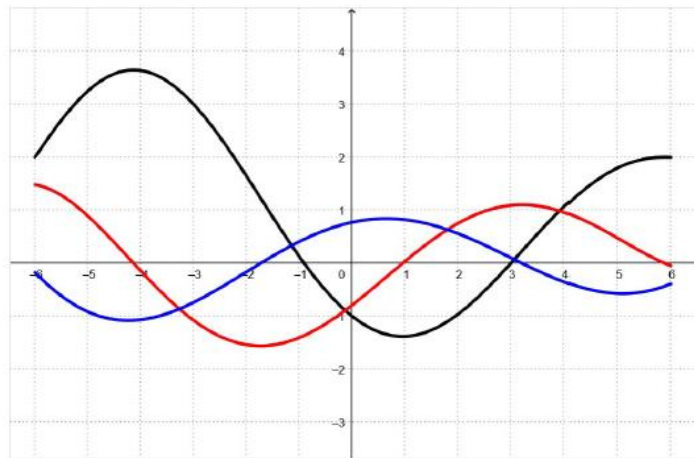


ŠKOMAM Cup 2023 – otázky a odpovědi

Otázka č. 1:



Přiřadte barvu k funkcím f , f' a f''

Odpověď na otázku č. 1:

f – černá

f' – červená

f'' – modrá

Otázka č. 2:

Určete $\sum_{n=3}^{\infty} \left(-\frac{1}{3}\right)^n$.

Odpověď na otázku č. 2:

$$-\frac{1}{36}$$

Otázka č. 3:

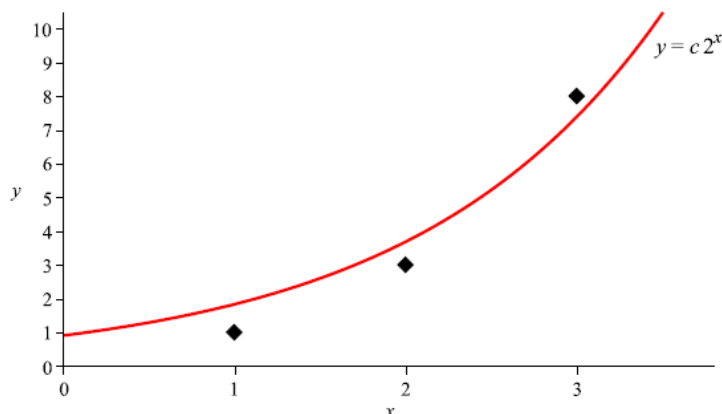
Nechť $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$. Určete $\text{CNOT}|\psi\rangle$

Odpověď na otázku č. 3:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |10\rangle)$$

Otázka č. 4:

Jsou dány body $B_1 = [1, 1]$, $B_2 = [2, 3]$, $B_3 = [3, 8]$. Nalezněte takové číslo $c \in \mathbb{R}$, aby graf funkce $f(x) = c2^x$ co nejlépe „kopíroval“ zadané body.



Odpověď na otázku č. 4:

Jsou dány body $B_1 = [1, 1]$, $B_2 = [2, 3]$, $B_3 = [3, 8]$. Nalezněte takové číslo $c \in \mathbb{R}$, aby graf funkce $f(x) = c2^x$ co nejlépe „kopíroval“ zadané body.

Výraz

$$\begin{aligned} & (f(1) - 1)^2 + (f(2) - 3)^2 + (f(3) - 8)^2 = \\ & = (2c - 1)^2 + (4c - 3)^2 + (8c - 8)^2 = 84c^2 - 156c + 74 = \\ & = 84 \left(c^2 - \frac{13}{7}c + \frac{37}{42} \right) = 84 \left(c - \frac{13}{14} \right)^2 + \frac{11}{7} \end{aligned}$$

je minimální pro $c = \frac{13}{14}$.

Otázka č. 5:

Nechť

The image shows handwritten mathematical work on a piece of paper. It defines a function $\sigma(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$ and states that its derivative is $\sigma'(x) = F(\sigma(x))$, where $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

Určete F .

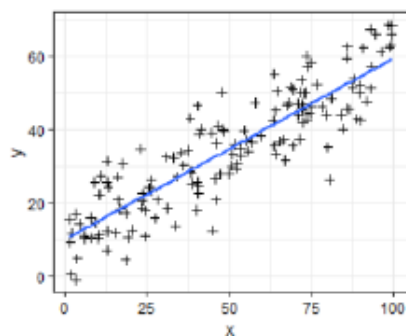
Odpověď na otázku č. 5:

$$F(x) = x - x^2$$

Otázka č. 6:

Odhadněte **Pearsonův** i **Spearmanův** korelační koeficient pro vizualizované závislosti kvantitativní proměnné x a kvantitativní proměnné y . Odhady koeficientů zaokrouhlete na **setiny**.

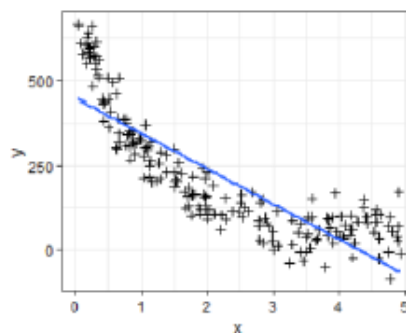
a)



Pearsonův:

Spearmanův:

b)



Pearsonův:

Spearmanův:

Odpověď na otázku č. 6 a):

Pearsonův korelační koeficient: 0,88

Spearmanův korelační koeficient: 0,88

Odpověď na otázku č. 6 b):

Pearsonův korelační koeficient: -0,85

Spearmanův korelační koeficient: -0,90