IT4Innovations
national01$#&0
supercomputing
center@#01%101

MAGICKÁ MECHANIKA

#skomam #themagicmechanics @kam @it4i

25. ledna 2016; Ostrava

Pavel Maršálek

Katedra aplikované mechaniky
IT4Innovations Národní superpočítačové centrum
VŠB - Technická univerzita Ostrava

GRAVITACE

gravitační síla není konstantní[1]

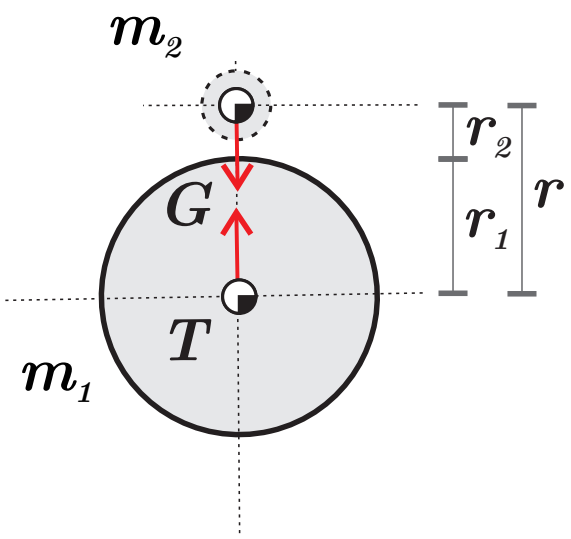
$$G = \kappa \frac{m_1\, m_2}{(r_1 + r_2)^2}$$

"konstanty"

$$r_1 + r_2 = r_1$$

$$g = \frac{\kappa\, m_1}{r_1^2}$$

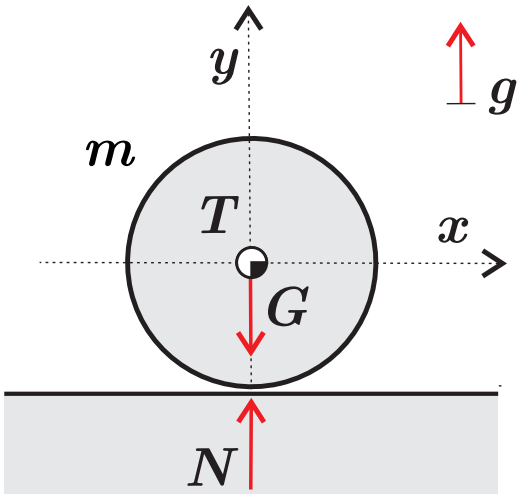
$$G = m_2\, g$$



gravitační zákon

[1] gravitační konstanta κ, hmotnost Země m_1, poloměr Země r_1

SKLÁDÁNÍ SIL



akce a reakce

statická rovnováha

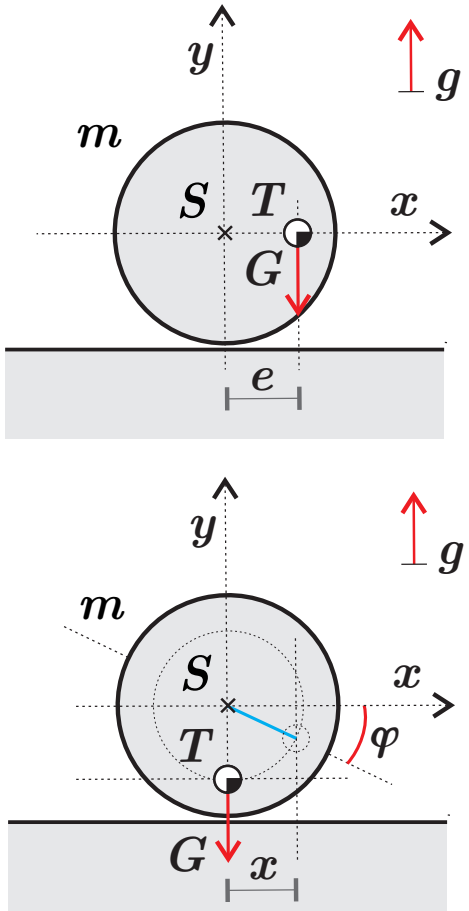
$$\sum_{i=1}^{m} F_{y_i} = 0$$

$$N - G = N - m\,g$$

MOMENTOVÉ ÚČINKY

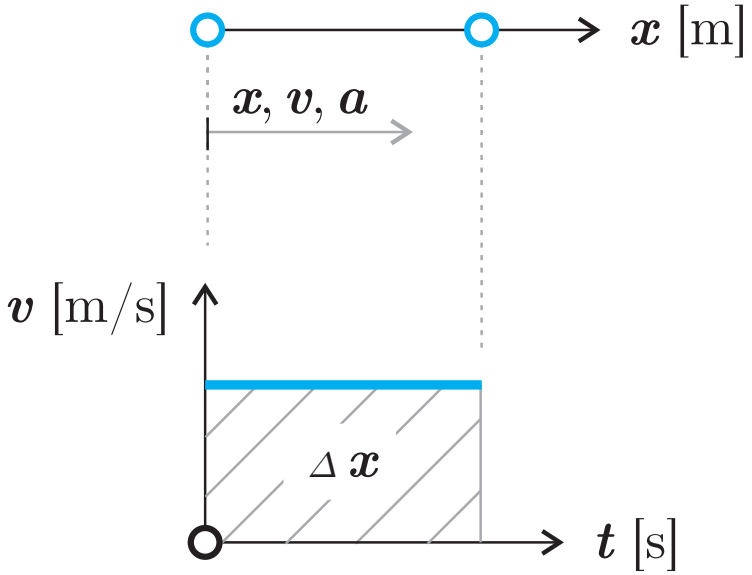
moment gravitační síly

$$M_G(\varphi) = m\,g\,e\,\cos(\varphi)$$



zavedení momentu

ROVNOMĚRNÝ POHYB



rovnoměrný pohyb

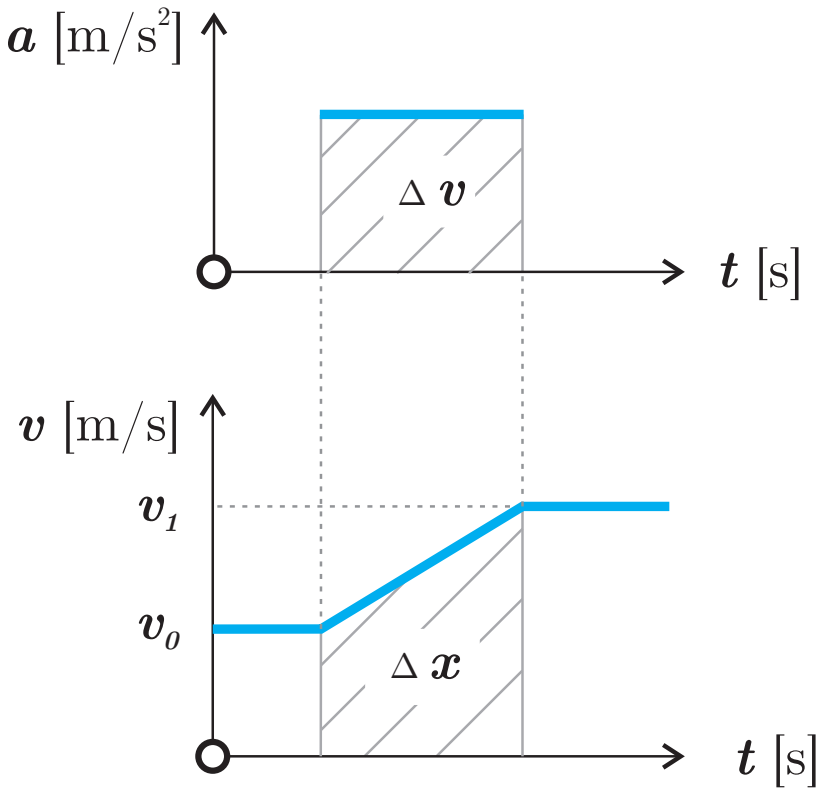
popis pohybu

$$a = 0$$
$$v = konst.$$
$$x_1 = v\,t + x_0$$

ROVNOMĚRNĚ ZRYCHLENÝ POHYB

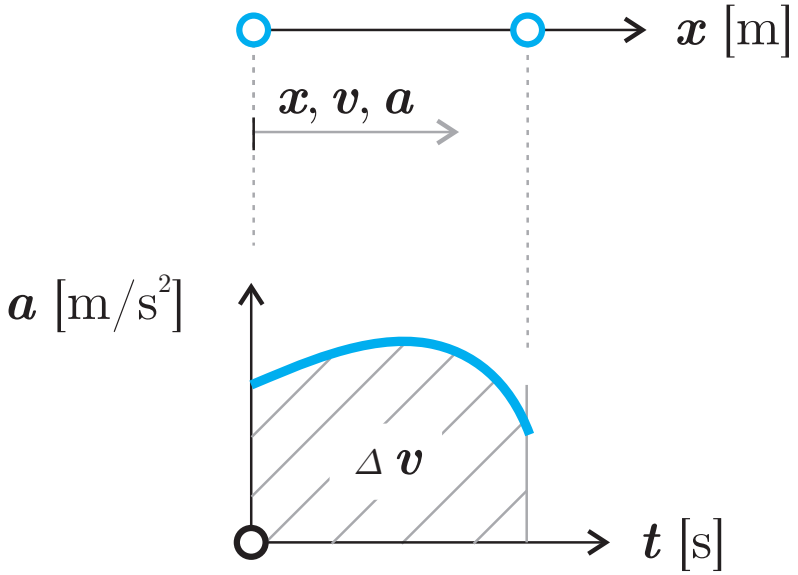
popis pohybu

$$a = konst.$$
$$v_1 = a\,t + v_0$$
$$x_1 = \frac{1}{2}a\,t^2 + v_0\,t + x_0$$



rovnoměrně zrychlený pohyb

NEROVNOMĚRNÝ POHYB



nerovnoměrný pohyb

popis pohybu

$$a \neq konst.$$

$$a = \frac{dv}{dt}$$

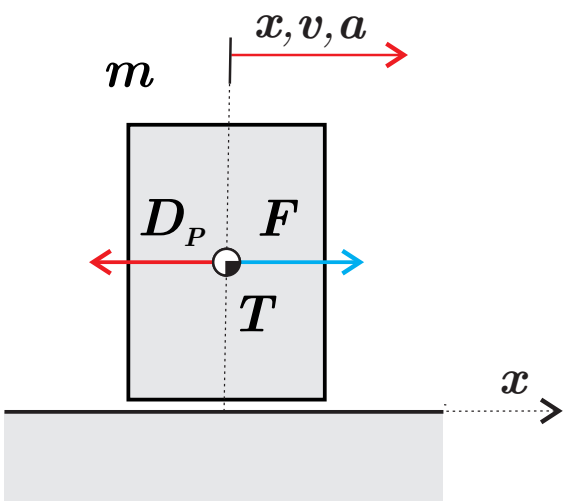
$$v = \frac{dx}{dt}$$

POSUVNÝ POHYB

pohybová rovnice

$$\sum_{j=1}^{n} F_{x_j} = m\,a$$

$$\sum_{j=1}^{n} F_{x_j} - D_p = 0$$



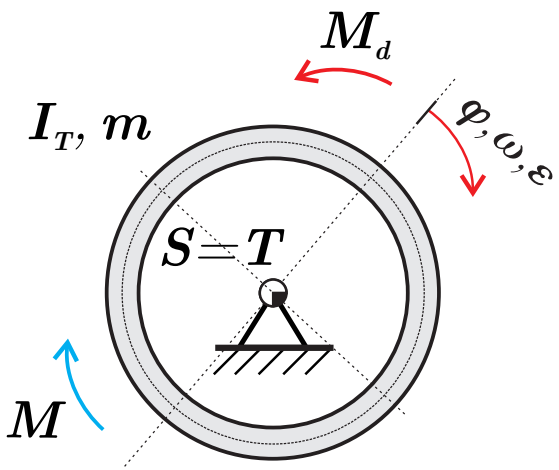
posuvný pohyb tělesa

ROTAČNÍ POHYB

pohybová rovnice

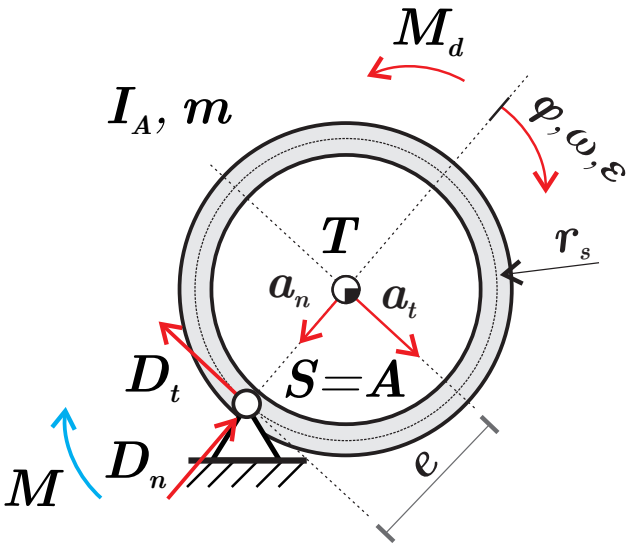
$$\sum_{k=1}^{p} M_{S_k} = I\varepsilon$$

$$\sum_{k=1}^{p} M_{S_k} - M_d = 0$$



excentrický rotační pohyb tělesa

MOMENT SETRVAČNOSTI



excentrický rotační pohyb tělesa

pro střed S

$$I_T = \int_m r^2 \, \mathrm{d}m \approx r_s^2 \, m$$

pro bod A

$$I_A = I_T + e^2 \, m$$

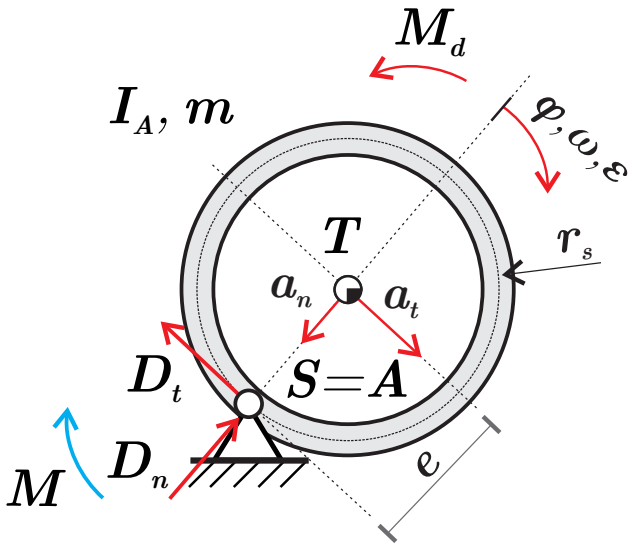
POSUNUTÍ TĚŽIŠTĚ

normálová složka

$$D_n = m\,a_n = m\,\omega^2\,e$$

tečná složka

$$D_t = m\,a_t = m\,\varepsilon\,e$$



kinematika a dynamika pohybu tělesa

ÚVOD - OBECNÝ ROVINNÝ POHYB

rovnice rovnováhy

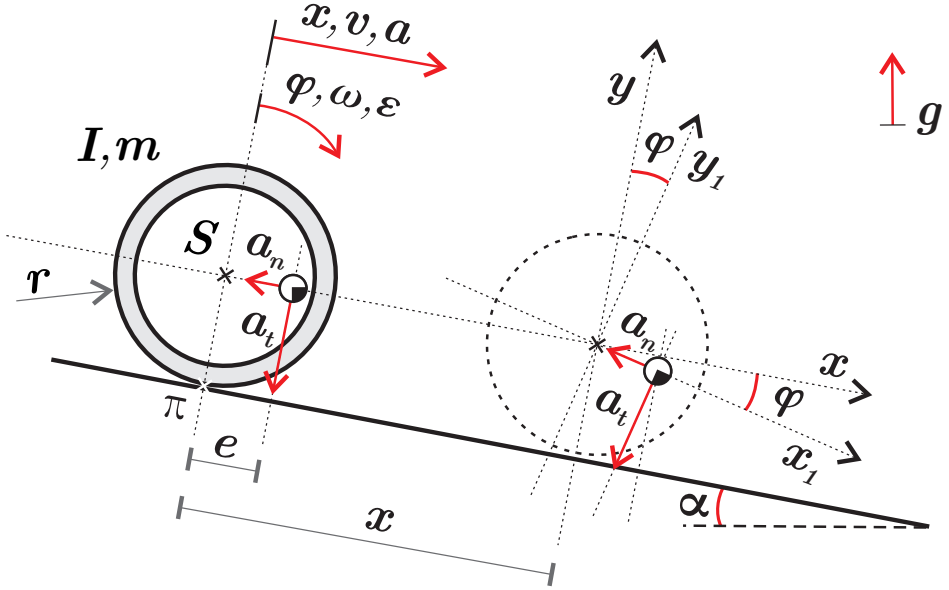
$$\sum_{i=1}^{m} F_{y_i} = 0$$

$$\sum_{j=1}^{n} F_{x_j} = m\,a$$

$$\sum_{k=1}^{p} M_{S_k} = I\varepsilon$$

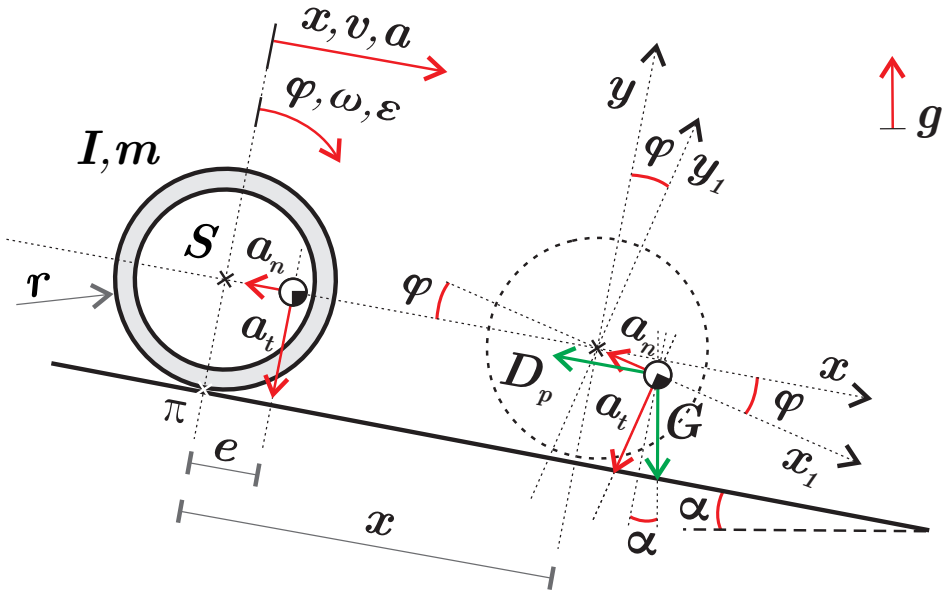
kinematika bez prokluzu

$$x = \varphi\, r,\; v = \omega\, r,\; a = \varepsilon\, r$$



kinematika a dynamika pohybu tělesa

POSUVNÝ POHYB

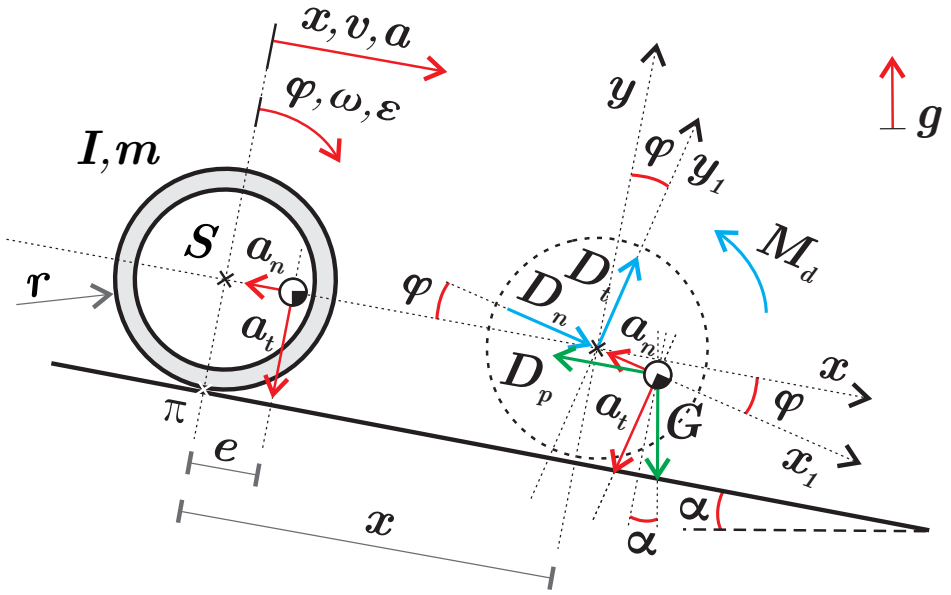


kinematika a dynamika pohybu tělesa

- nakloněná rovina
- pól pohybu π
- globální SS
- tělesový SS
- zrychlení středu tělesa
- gravitační síla
- D'Alembertova síla - posuv

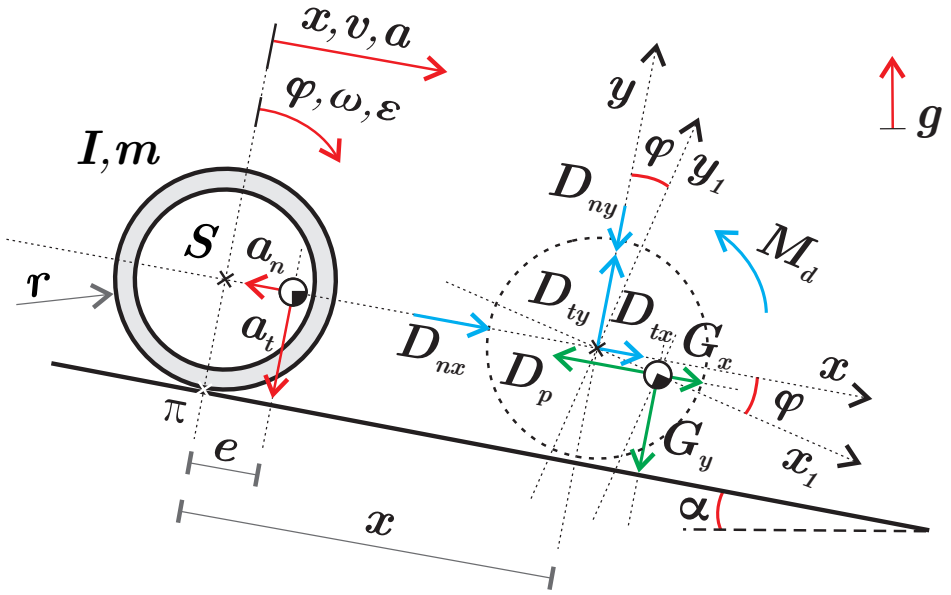
ROTAČNÍ POHYB

- normálové a tečné zrychlení
- D'Alembertovy síly - rotace
- D'Alembertův moment



kinematika a dynamika pohybu tělesa

KOMBINACE POHYBŮ

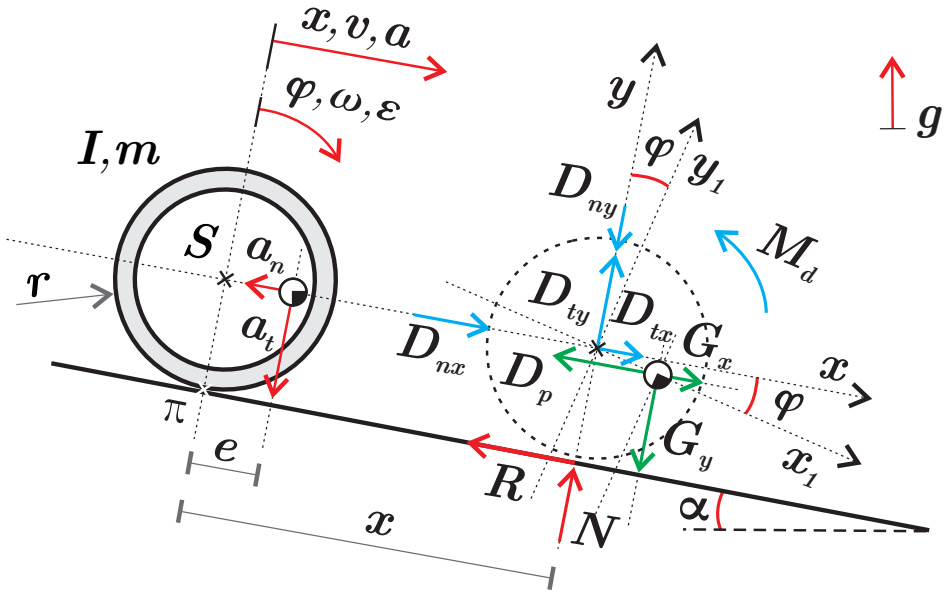


kinematika a dynamika pohybu tělesa

- sklopení sil do SSxy
- popis vlivu úhlu α, φ

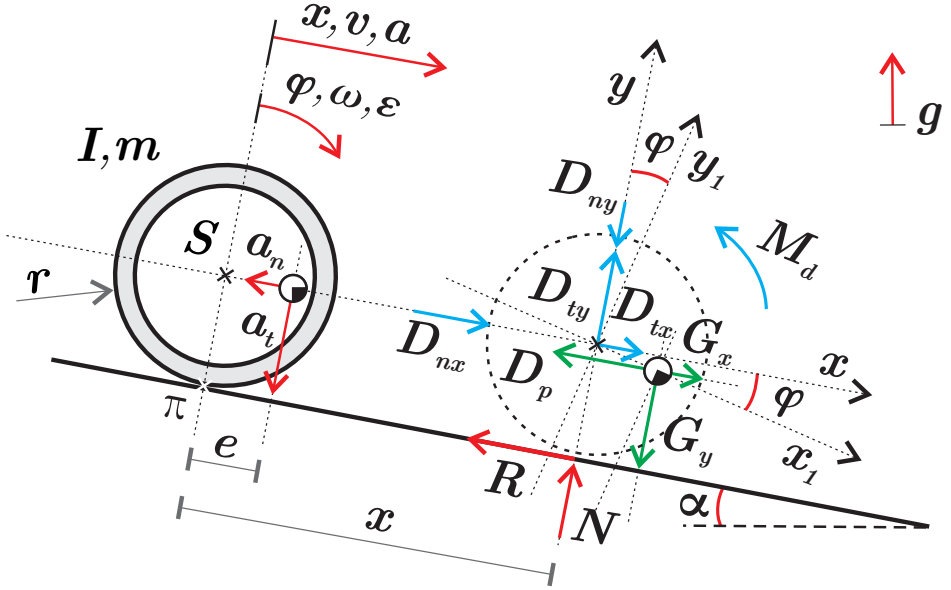
ZAVEDENÍ REAKCÍ

- normálová síla
- reakce ve valení



kinematika a dynamika pohybu tělesa

PŘEHLED ROVNIC



kinematika a dynamika pohybu tělesa

rovnice rovnováhy

$$\sum_{i=1}^{m} F_{y_i} = 0$$

$$\sum_{j=1}^{n} F_{x_j} = m\,a = D_p$$

$$\sum_{k=1}^{p} M_{S_k} = I\,\varepsilon = M_d$$

kinematika bez prokluzu

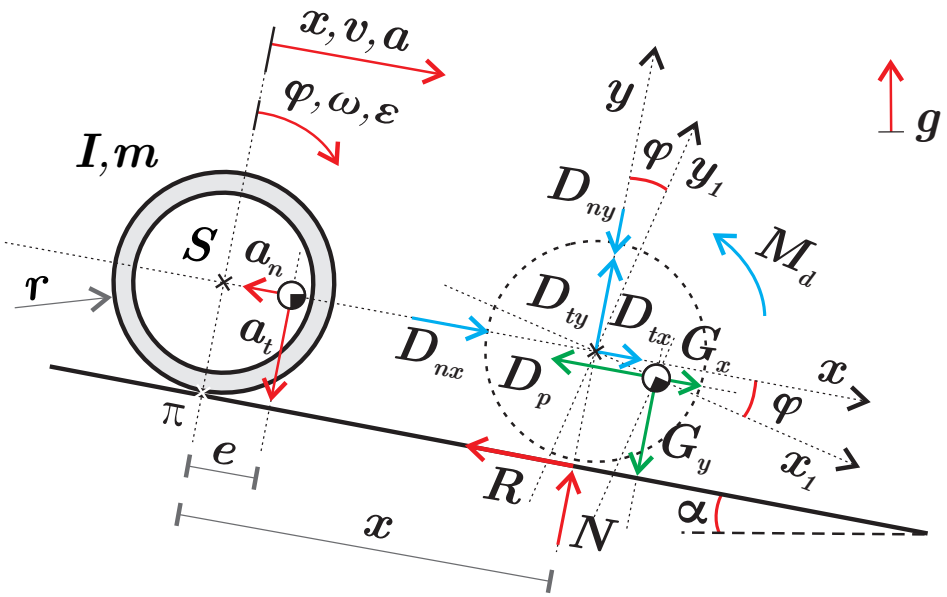
$$x = \varphi\, r,\ v = \omega\, r,\ a = \varepsilon\, r$$

ROVNICE ROVNOVÁHY - SMĚR Y

$$\sum_{i=1}^{m} F_{y_i} = 0$$

$$N + D_{t_y} - D_{n_y} - G_y = 0$$

$$N + m\,\varepsilon\, e\,\cos(\varphi) - m\,\omega^2\, e\,\sin(\varphi) - m\,g\,\cos(\alpha) = 0$$



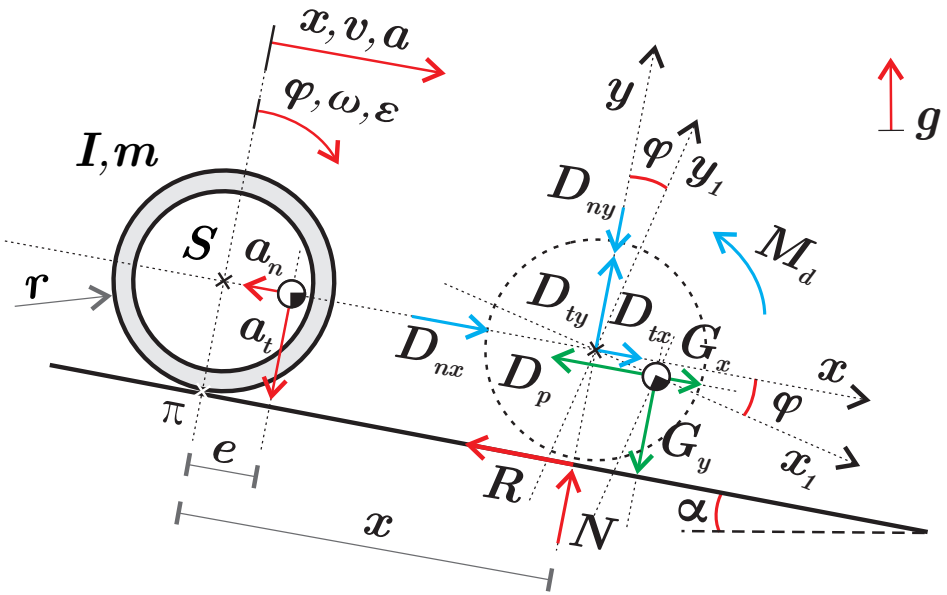
kinematika a dynamika pohybu tělesa

ROVNICE ROVNOVÁHY - SMĚR X

$$\sum_{j=1}^{n} F_{x_j} = m\,a = D_p$$

$$D_{n_x} + D_{t_x} + G_x - D_p - R = 0$$

$$m\,\omega^2\,e\,\cos(\varphi) + m\,\varepsilon\,e\,\sin(\varphi) + m\,g\,\sin(\alpha) - m\,a - R = 0$$



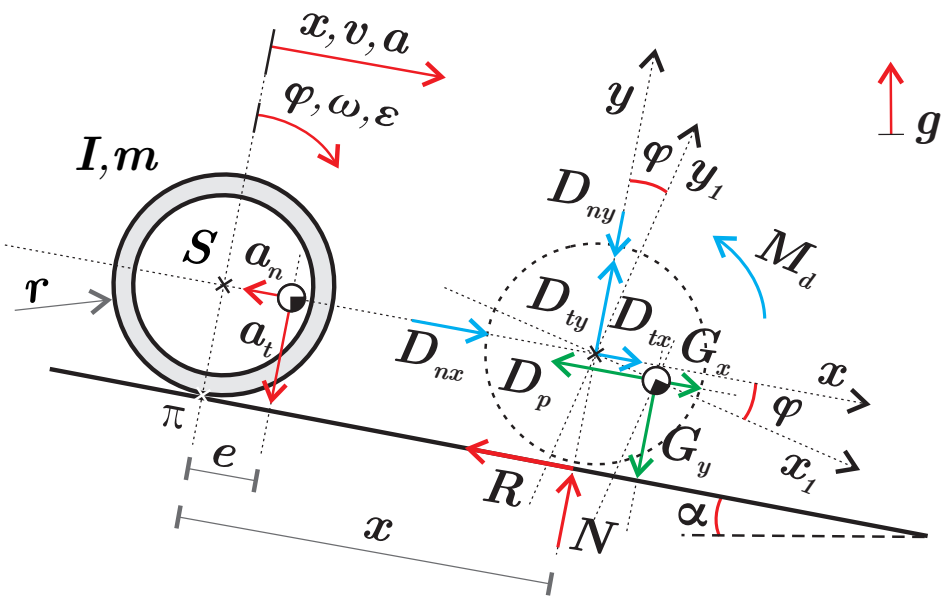
kinematika a dynamika pohybu tělesa

ROVNICE ROVNOVÁHY - STŘED TĚLESA

$$\sum_{k=1}^{p} M_{S_k} = I\varepsilon = M_d$$

$$R\,r + D_p\,e_y + G_y\,e_x - G_x\,e_y - M_d = 0$$

$$R\,r + m\,a\,e\,\sin(\varphi) + m\,g\,\cos(\alpha)\,e\,\sin(\varphi) - m\,g\,\sin(\alpha)\,e\,\cos(\varphi) - I\varepsilon = 0$$



kinematika a dynamika pohybu tělesa

ALGEBRAICKÉ ÚPRAVY

odvozené rovnice

$$N + m\,\varepsilon\,e\,\cos(\varphi) - m\,\omega^2\,e\,\sin(\varphi) - m\,g\,\cos(\alpha) = 0$$
$$m\,\omega^2\,e\,\cos(\varphi) + m\,\varepsilon\,e\,\sin(\varphi) + m\,g\,\sin(\alpha) - m\,a - R = 0$$
$$R\,r + m\,a\,e\,\sin(\varphi) + m\,g\,\cos(\alpha)\,e\,\sin(\varphi) - m\,g\,\sin(\alpha)\,e\,\cos(\varphi) - I\varepsilon = 0$$
$$x = \varphi\,r,\ v = \omega\,r,\ a = \varepsilon\,r$$

úpravou získáme, řešení???

$$a(x, v) = \frac{m(\frac{v}{r})^2\,e\,r\,\cos(\frac{x}{r}) + m\,g\,r\,\sin(\alpha) + m\,g\,\cos(\alpha)\,e\,\cos(\frac{x}{r}) - m\,g\,\sin(\alpha)\,e\,\sin(\frac{x}{r})}{m\,r - 2\,m\,e\,\sin(\frac{x}{r}) + \frac{I}{r}}$$

REALIZACE MATLAB - POPIS TĚLESA

```
%tesneni
rto = 0.094;
rti = 0.070;
rts = (rto+rti)/2;
lt = 0.017;
mt = 0.020;
It = mt*rts^2;
%matice
rmo = 0.021;
rmi = 0.014;
rms = (rmo+rmi)/2;
em = 0.024;
lm = 0.010;
mm = 2*0.022;
Im = mm*rms^2;
%celek
I = It+Im+mm*em^2;
m = mt+mm;
e = (em*mm)/(m);
```

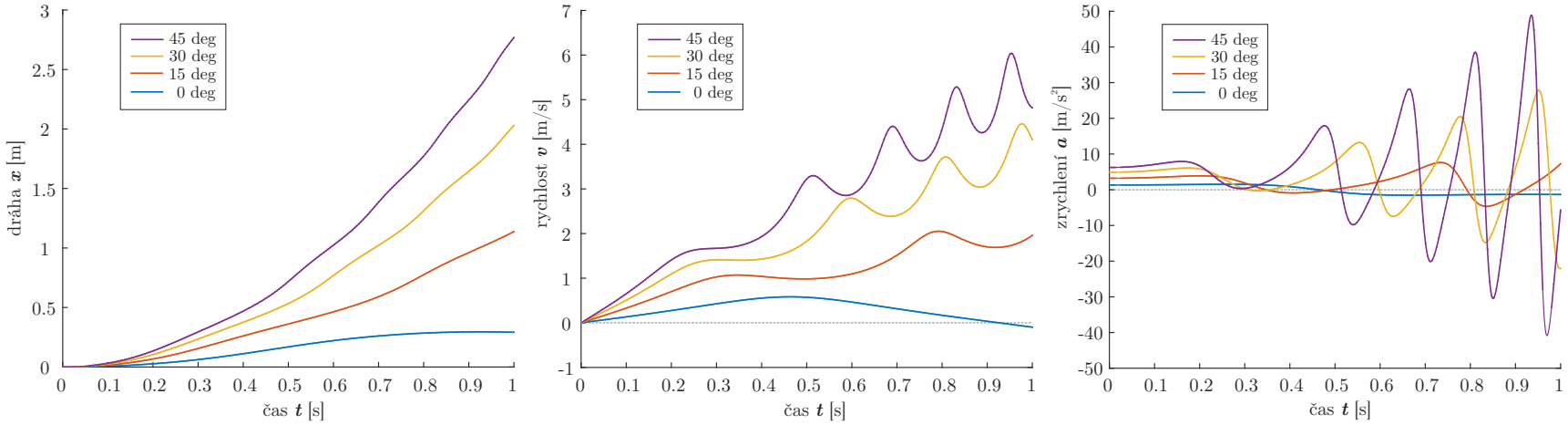
REALIZACE MATLAB - PARAMETRY ŘEŠENÍ

```
%pocatecni_podminky
r=rto;
alpha= 15;
g = 9.81;
phi0 = 0;
x0 = phi0*r;
v0 = 0;
%treni
f=1;
%parametry_reseni
tk = 1;
dt = 0.0001;
```

REALIZACE MATLAB - VLASTNÍ ŘEŠENÍ

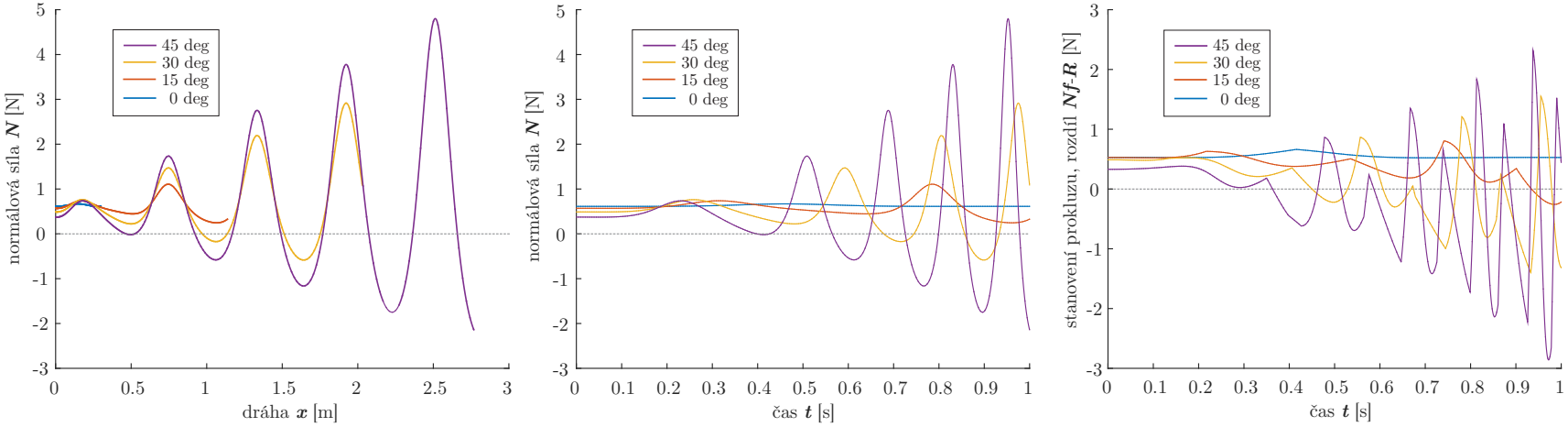
```
%reseni
t = zeros(tk/dt,1);
t(1) = 0;
x = zeros(tk/dt,1);
x(1) = x0;
v = zeros(tk/dt,1);
v(1) = v0;
ac = m*g*r*sind(alpha) + m*r*e*cos(x0/r)*(v0/r
   )^2 - m*g*e*sind(alpha)*sin(x0/r) + m*g*e*
   cosd(alpha)*cos(x0/r);
aj = I/r + m*r - 2*m*e * sin(x0/r);
a0 = ac/aj;
a = zeros(tk/dt,1);
a(1) = a0;
for i = 2:tk/dt;
    %aproximace
    t(i) = (i-1)*dt;
    x(i) = x(i-1)+v(i-1)*dt+0.5*a(i-1)*dt^2;
    v(i) = v(i-1)+a(i-1)*dt;
    ac(i) = m*g*r*sind(alpha)+m*r*e*cos(x(i)/r
       )*(v(i)/r)^2-m*g*e*sind(alpha)*sin(x(i)
       /r) + m*g*e*cosd(alpha)*cos(x(i)/r);
    aj(i) = I/r + m*r - 2*m*e * sin(x(i)/r);
    a(i) = ac(i)/aj(i);
end
plot(t,a)
```

KINEMATIKA STŘEDU TĚLESA



kinematika pohybu středu tělesa

DYNAMIKA TĚLESA



dynamika pohybu tělesa

Děkuji za pozornost[2]

[2] Tato práce byla podpořena VŠB-Technickou univerzitou Ostrava - studentským projektem SGS SP2016/176, Ministerstvem školství mládeže a tělovýchovy z Národního programu udržitelnosti II (NPU II) v rámci projektu „IT4Innovations excellence in science - LQ1602“, z podpory Velkých infrastruktur pro výzkum, experimentální vývoj a inovace v rámci projektu „IT4Innovations národní superpočítačové centrum - LM2015070“