



Procházky v grafech

Petr Kovář

petr.kovar@vsb.cz

Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava,

Škola matematického modelování, 31.1.2013

Pojem grafu
Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy
Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech
Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta
Hamilton
Šachovnice

Bludiště
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr
Bonus

Pojem grafu

Procházky
v grafech

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený (ohodnocený) graf

Hamiltonovská cesta a cyklus

Hamilton a cesty v grafu

Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

Závěr

Stavový graf (bonus)

Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Definice

Graf je dvojice množin (V, E) , kde V je neprázdná množina vrcholů a E je množina dvouprvkových podmnožin množiny V .

Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton

Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti

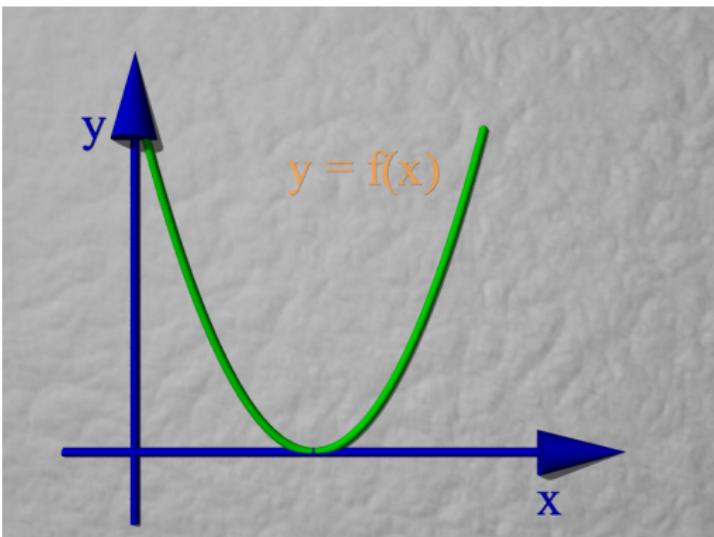
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Definice

Graf je dvojice množin (V, E) , kde V je neprázdná množina vrcholů a E je množina dvouprvkových podmnožin množiny V .



Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská cesta

Hamilton

Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti

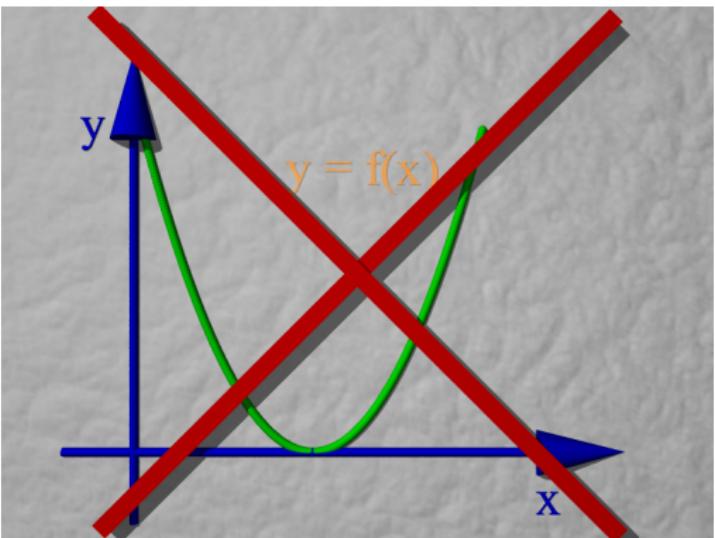
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Definice

Graf je dvojice množin (V, E) , kde V je neprázdná množina vrcholů a E je množina dvouprvkových podmnožin množiny V .



Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská cesta

Hamilton

Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti

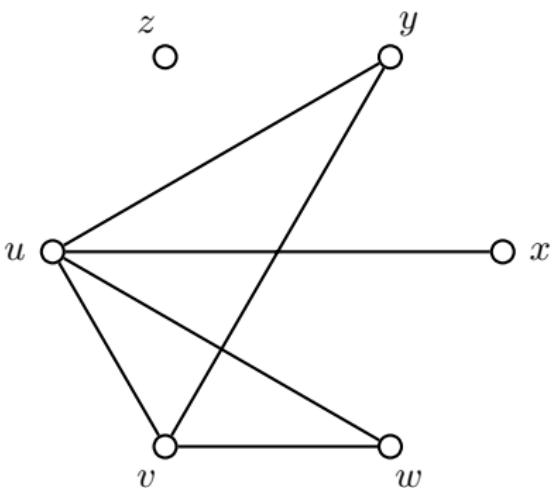
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Definice (mírně přeformulovaná)

Graf je dvojice množin (V, E) . V je množina bodů v rovině a množina hran E obsahuje spojnice vrcholů v rovině.



Pojem grafu

Vrcholy a hranы

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton

Šachovnice

Bludiště

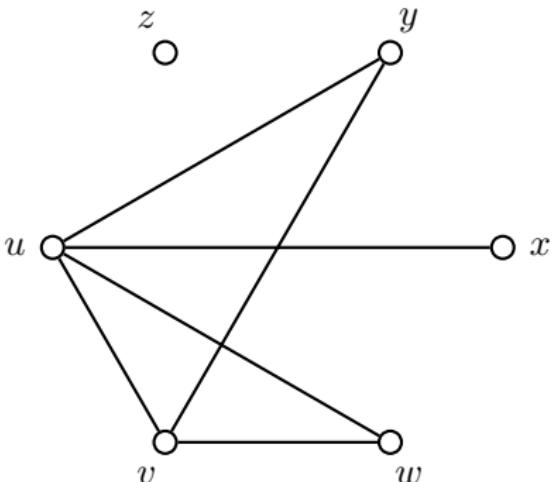
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Graf je šikovný díky přehlednému znázornění.

Procházky
v grafech



Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton

Šachovnice

Bludiště

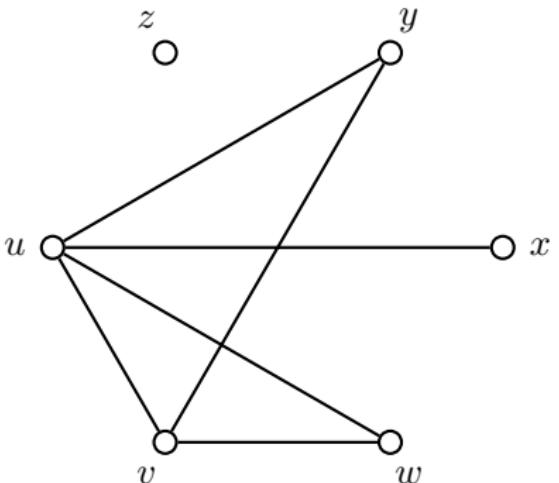
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Graf je šikovný díky přehlednému znázornění.

Procházky
v grafech



- ▶ objekty zakreslíme jako puntíky – vrcholy

Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

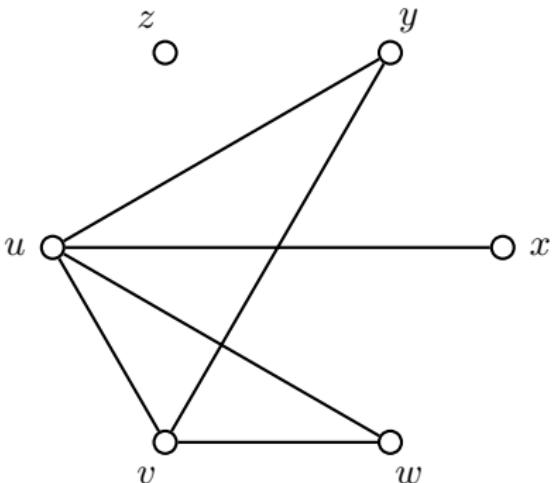
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Graf je šikovný díky přehlednému znázornění.

Procházky
v grafech



- ▶ objekty zakreslíme jako puntíky – vrcholy
- ▶ objekty spolu souvisí – hrana je spojnice mezi vrcholy

Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

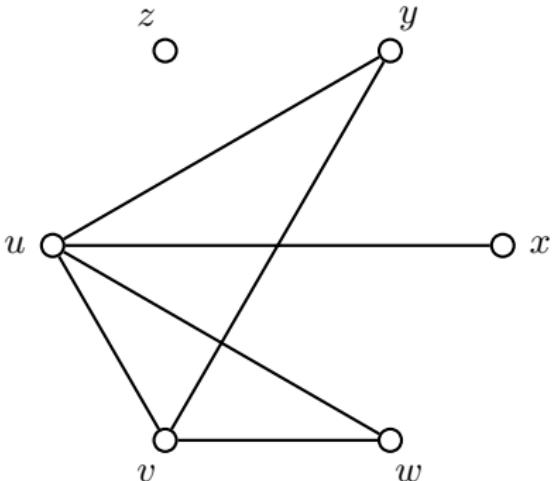
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Graf je šikovný díky přehlednému znázornění.

Procházky
v grafech



- ▶ objekty zakreslíme jako puntíky – vrcholy
- ▶ objekty spolu souvisí – hrana je spojnice mezi vrcholy
- ▶ objekty spolu nesouvisí – mezi vrcholy není hrana

Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

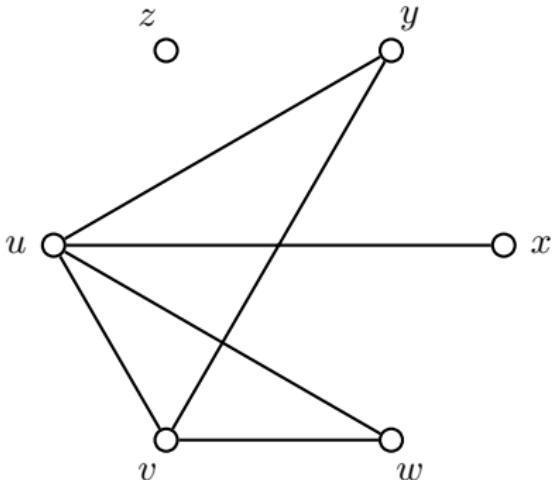
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Další (jednoduché) pojmy

Procházky
v grafech



Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton

Šachovnice

Bludiště

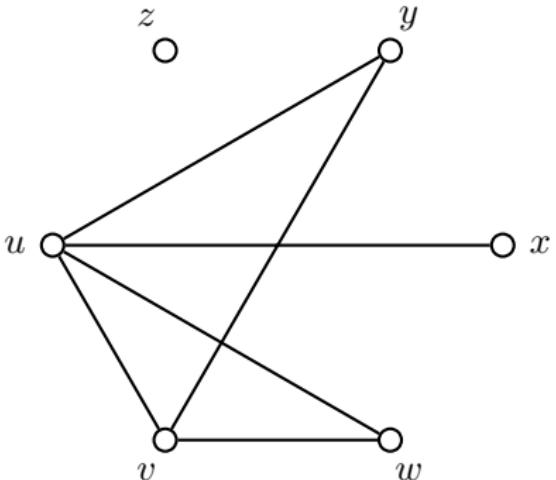
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Další (jednoduché) pojmy

Procházky
v grafech



- ▶ **Stupeň vrcholu** – počet hran, které končí ve vrcholu.

Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

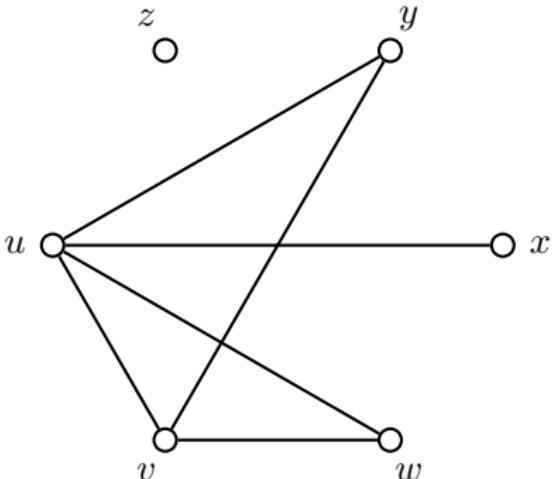
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Další (jednoduché) pojmy

Procházky
v grafech



- ▶ **Stupeň vrcholu** – počet hran, které končí ve vrcholu.
- ▶ **Tah v grafu** – posloupnost vrcholů a hran, které na sebe “navazují”, ale žádná hrana se neopakuje.
Tah začíná a končí vždy vrcholem.
 $x, xu, u, uy, y, yv, v, vw, w, wu, u, uv, v.$

Pojem grafu

Vrcholy a hraný

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

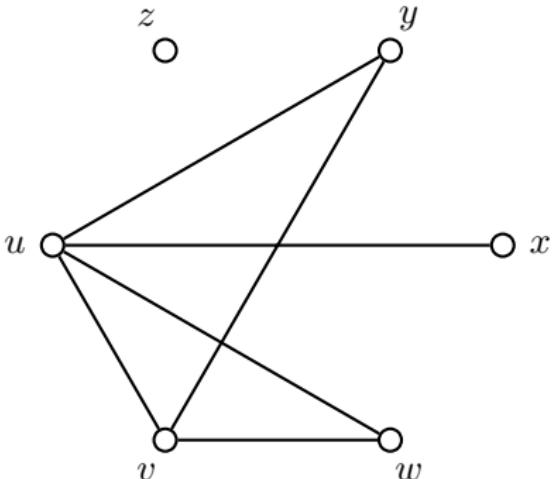
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Další (jednoduché) pojmy

Procházky
v grafech



- ▶ **Stupeň vrcholu** – počet hran, které končí ve vrcholu.
- ▶ **Tah v grafu** – posloupnost vrcholů a hran, které na sebe “navazují”, ale žádná hrana se neopakuje.
Tah začíná a končí vždy vrcholem.
 $x, xu, u, uy, y, yv, v, vw, w, wu, u, uv, v$.
- ▶ **Souvislý graf** – mezi každými dvěma vrcholy v grafu najdeme tah.

Pojem grafu

Vrcholy a hranы

Historie pojmu grafу

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

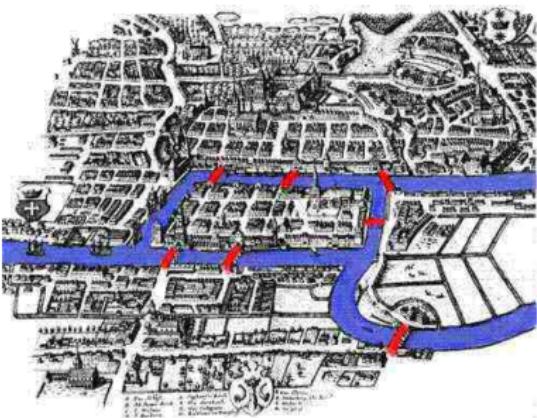
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Problém mostů města Královce 1736

Pruské město Královec leží na řece Pregole. Řeka vytváří dva ostrovy, které byly s městem spojeny sedmi mosty.



Pojem grafu
Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy
Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech
Délka cesty
Vážený graf

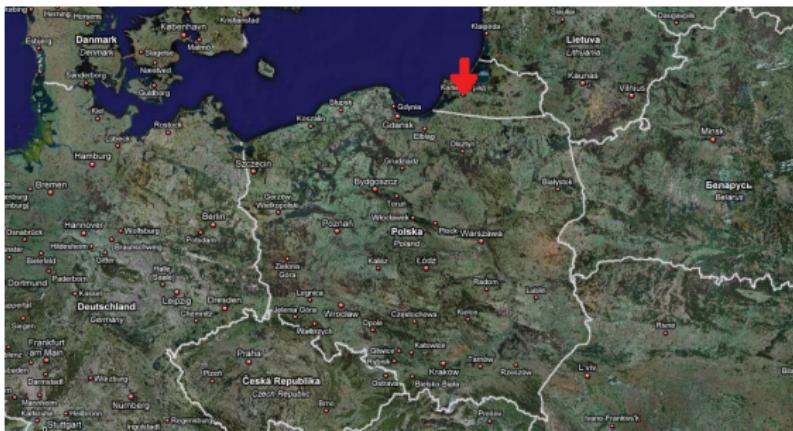
Hamiltonovská
cesta
Hamilton
Šachovnice

Bludiště
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr
Bonus

Problém mostů města Královce 1736

Pruské město Královec leží na řece Pregole. Řeka vytváří dva ostrovy, které byly s městem spojeny sedmi mosty.



Pojem grafu
Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

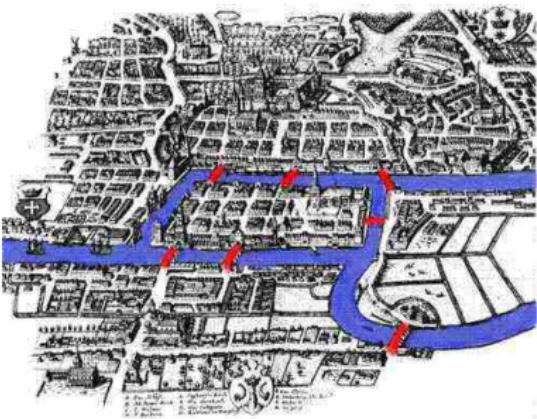
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Problém mostů města Královce 1736

Pruské město Královec leží na řece Pregole. Řeka vytváří dva ostrovy, které byly s městem spojeny sedmi mosty.



Otzáka

Můžeme přejít všech sedm mostů tak, abych přešli každý most právě jednou?

Pojem grafu
Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy
Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech
Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta
Hamilton
Šachovnice

Bludiště
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus



Leonhard Euler (1707–1783)

Problém byl vyřešen Leonhardem Eulerem v roce 1736.
Euler dokázal, že to možné není.

Pojem grafu
Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy
Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech
Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta
Hamilton
Šachovnice

Bludiště
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr
Bonus



Leonhard Euler (1707–1783)

Problém byl vyřešen Leonhardem Eulerem v roce 1736.
Euler dokázal, že to možné není.

Věta

Graf G lze nakreslit jedním otevřeným tahem právě když G je souvislý a právě dva vrcholy v G jsou lichého stupně.

Pojem grafu
Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy
Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech
Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská cesta
Hamilton
Šachovnice

Bludiště
Bloudíme v bludiště
Sestavujeme bludiště

Závěr
Bonus



Leonhard Euler (1707–1783)

Problém byl vyřešen Leonhardem Eulerem v roce 1736.
Euler dokázal, že to možné není.

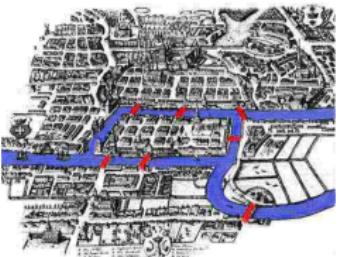
Věta

Graf G lze nakreslit jedním otevřeným tahem právě když G je souvislý a právě dva vrcholy v G jsou lichého stupně.

- Pojem grafu
- Vrcholy a hrany
- Historie pojmu graf
- Eulerovské grafy
- Grafová interpretace
- Putování grafem
- Cesty v grafech
- Délka cesty
- Vážený graf
- Hamiltonovská cesta
- Hamilton
- Šachovnice
- Bludiště
- Bloudíme v bludiště
- Sestavujeme bludiště
- Závěr
- Bonus

Přeformulování do řeči teorie grafů

Procházky
v grafech



Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton

Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti

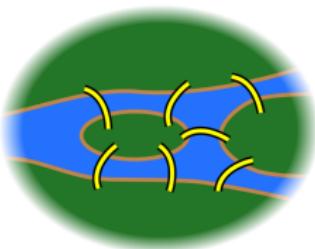
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Přeformulování do řeči teorie grafů

Procházky
v grafech



Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton

Šachovnice

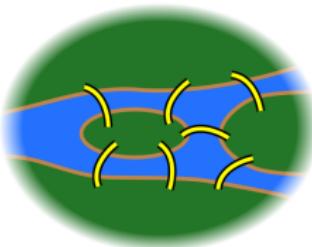
Bludiště

Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus



Sestavíme graf:

- ▶ vrcholy – oba břehy a oba ostrovy

Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton

Šachovnice

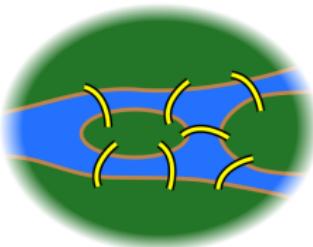
Bludiště

Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus



Sestavíme graf:

- ▶ vrcholy – oba břehy a oba ostrovy
- ▶ hrany – mosty, které břehy a ostrovy spojují

Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton

Šachovnice

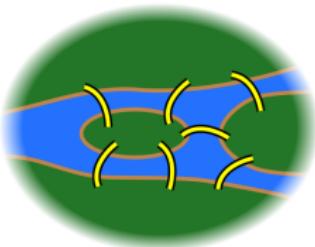
Bludiště

Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

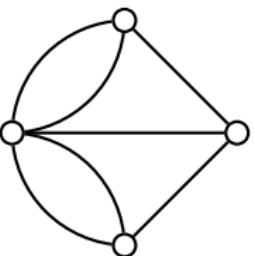
Závěr

Bonus



Sestavíme graf:

- ▶ vrcholy – oba břehy a oba ostrovy
- ▶ hrany – mosty, které břehy a ostrovy spojují



Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton

Šachovnice

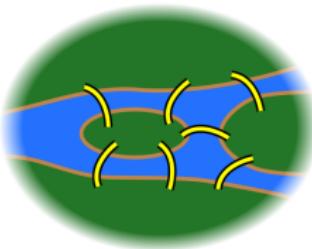
Bludiště

Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

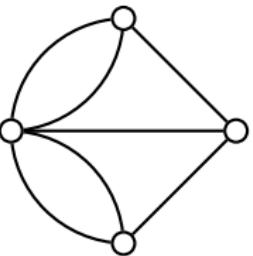
Závěr

Bonus



Sestavíme graf:

- ▶ vrcholy – oba břehy a oba ostrovy
- ▶ hrany – mosty, které břehy a ostrovy spojují



Procházka v grafu:

posloupnost vrcholů a hran, které na sebe navazují.

Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská cesta

Hamilton

Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Věta o kreslení jedním tahem

Procházky
v grafech

Definice

Tah v grafu G je taková posloupnost vrcholů a hran

$$v_0, v_0v_1, v_1, v_1v_2, v_2, \dots, v_{n-1}v_n, v_n,$$

kde v_i jsou vrcholy grafu G , v_iv_{i+1} jsou hrany grafu G a žádná hrana se v tahu neopakuje.

*Počet hran tahu nazveme **délkou tahu** v_0v_n .*

Pojem grafu
Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy
Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech
Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta
Hamilton
Šachovnice

Bludiště
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Věta o kreslení jedním tahem

Definice

Tah v grafu G je taková posloupnost vrcholů a hran

$$v_0, v_0v_1, v_1, v_1v_2, v_2, \dots, v_{n-1}v_n, v_n,$$

kde v_i jsou vrcholy grafu G , v_iv_{i+1} jsou hrany grafu G a žádná hrana se v tahu neopakuje.

*Počet hran tahu nazveme **délkou tahu** v_0v_n .*

Definice

Eulerovský tah je tah, který obsahuje všechny hrany daného grafu. Graf, ve kterém existuje eulerovský tah, se nazývá eulerovský graf.

Pojem grafu
Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy
Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech
Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská cesta
Hamilton
Šachovnice

Bludiště
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Věta o kreslení jedním tahem

Definice

Tah v grafu G je taková posloupnost vrcholů a hran

$$v_0, v_0v_1, v_1, v_1v_2, v_2, \dots, v_{n-1}v_n, v_n,$$

kde v_i jsou vrcholy grafu G , v_iv_{i+1} jsou hrany grafu G a žádná hrana se v tahu neopakuje.

*Počet hran tahu nazveme **délkou tahu** v_0v_n .*

Definice

Eulerovský tah je tah, který obsahuje všechny hrany daného grafu. Graf, ve kterém existuje eulerovský tah, se nazývá eulerovský graf.

Věta

Graf G je možno nakreslit jedním (uzavřeným) tahem právě tehdy, když G je souvislý a všechny vrcholy v G jsou sudého stupně.

Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská cesta

Hamilton

Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Definice

Tah v grafu G je taková posloupnost vrcholů a hran

$$v_0, v_0v_1, v_1, v_1v_2, v_2, \dots, v_{n-1}v_n, v_n,$$

kde v_i jsou vrcholy grafu G , v_iv_{i+1} jsou hrany grafu G a žádná hrana se v tahu neopakuje.

Počet hran tahu nazveme *délkou tahu* v_0v_n .

Definice

Eulerovský tah je tah, který obsahuje všechny hrany daného grafu. Graf, ve kterém existuje eulerovský tah, se nazývá *eulerovský graf*.

Věta

Graf G je možno nakreslit jedním (uzavřeným) tahem právě tehdy, když G je souvislý a všechny vrcholy v G jsou sudého stupně.

Důkaz matematickou indukcí vzhledem k počtu hran.

Pojem grafu
Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy
Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech
Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská cesta
Hamilton
Šachovnice

Bludiště
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Myšlenka důkazu

Indukcí vzhledem k počtu hran (jen myšlenka důkazu).

Procházky
v grafech

Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton

Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

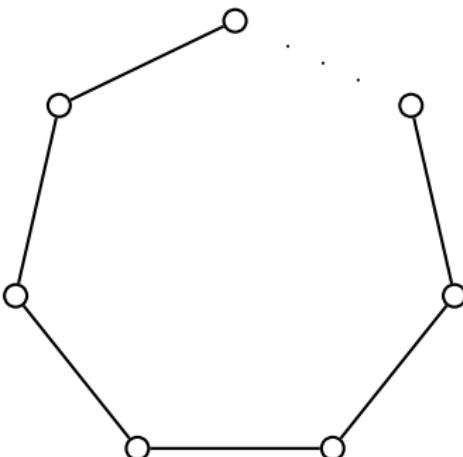
Myšlenka důkazu

Indukcí vzhledem k počtu hran (jen myšlenka důkazu).

► Základ indukce:

Lze použít triviální graf. Pro netriviální souvislý graf G se sudými stupni je každý vrchol stupně alespoň 2.

Nejmenší takový graf je *cyklus* C , který je jistě možno nakreslit jedním uzavřeným tahem.



Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Myšlenka důkazu

Indukcí vzhledem k počtu hran (jen myšlenka důkazu).

► Základ indukce:

Lze použít triviální graf. Pro netriviální souvislý graf G se sudými stupni je každý vrchol stupně alespoň 2.

Nejmenší takový graf je *cyklus* C , který je jistě možno nakreslit jedním uzavřeným tahem.

► Indukční krok:

Předpokládejme, že každý souvislý graf s méně než $|E|$ hranami je možno nakreslit jedním uzavřeným tahem.

V G najdeme cyklus C (každý vrchol stupně alespoň 2).

V grafu $G - C$ jsou vrcholy sudého stupně a nebo izolované vrcholy. Pokud $G - C$ není souvislý, lze každou jeho komponentu dle indukčního předpokladu nakreslit jedním tahem.

Nyní přidáme do cyklu C uzavřený tah pro každý vrchol další v_i , který leží v některé komponentě. Získáme uzavřený tah grafem G .

Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Myšlenka důkazu

Indukcí vzhledem k počtu hran (jen myšlenka důkazu).

► Základ indukce:

Lze použít triviální graf. Pro netriviální souvislý graf G se sudými stupni je každý vrchol stupně alespoň 2.

Nejmenší takový graf je *cyklus* C , který je jistě možno nakreslit jedním uzavřeným tahem.

► Indukční krok:

Předpokládejme, že každý souvislý graf s méně než $|E|$ hranami je možno nakreslit jedním uzavřeným tahem.

V G najdeme cyklus C (každý vrchol stupně alespoň 2).

V grafu $G - C$ jsou vrcholy sudého stupně a nebo izolované vrcholy. Pokud $G - C$ není souvislý, lze každou jeho komponentu dle indukčního předpokladu nakreslit jedním tahem.

Nyní přidáme do cyklu C uzavřený tah pro každý vrchol další v_i , který leží v některé komponentě. Získáme uzavřený tah grafem G .

Podle principu matematické indukce je důkaz hotov.

Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Věta

Graf G lze nakreslit jedním otevřeným tahem právě tehdy, když G je souvislý a právě dva vrcholy v G jsou lichého stupně.

Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská cesta

Hamilton

Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Věta

Graf G lze nakreslit jedním otevřeným tahem právě tehdy, když G je souvislý a právě dva vrcholy v G jsou lichého stupně.

Věta

Graf G lze nakreslit k otevřenými tahy právě tehdy, když G je souvislý a právě $2k$ vrcholů v G je lichého stupně.

Dokáží se jako důsledky první věty.

Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská cesta

Hamilton

Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Jednotažky

Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Jednotažky

- ▶ kdy jde obrázek nakreslit jedním tahem?

Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton

Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Jednotažky

- ▶ kdy jde obrázek nakreslit jedním tahem?
- ▶ kdy nejde obrázek nakreslit jedním tahem?

Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton

Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Jednotažky

- ▶ kdy jde obrázek nakreslit jedním tahem?
- ▶ kdy nejde obrázek nakreslit jedním tahem?
- ▶ kolika (minimálně) tahy jde obrázek nakreslit?

Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton

Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Jednotažky

- ▶ kdy jde obrázek nakreslit jedním tahem?
- ▶ kdy nejde obrázek nakreslit jedním tahem?
- ▶ kolika (minimálně) tahy jde obrázek nakreslit?

Příklady, kdy preferujeme "kreslení jedním tahem"

- ▶ uklízení sněhu z ulic

Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Jednotažky

- ▶ kdy jde obrázek nakreslit jedním tahem?
- ▶ kdy nejde obrázek nakreslit jedním tahem?
- ▶ kolika (minimálně) tahy jde obrázek nakreslit?

Příklady, kdy preferujeme "kreslení jedním tahem"

- ▶ uklízení sněhu z ulic
- ▶ vyvážení odpadků

Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Jednotažky

- ▶ kdy jde obrázek nakreslit jedním tahem?
- ▶ kdy nejde obrázek nakreslit jedním tahem?
- ▶ kolika (minimálně) tahy jde obrázek nakreslit?

Příklady, kdy preferujeme "kreslení jedním tahem"

- ▶ uklízení sněhu z ulic
- ▶ vyvážení odpadků
- ▶ roznášení pošty

Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Jednotažky

- ▶ kdy jde obrázek nakreslit jedním tahem?
- ▶ kdy nejde obrázek nakreslit jedním tahem?
- ▶ kolika (minimálně) tahy jde obrázek nakreslit?

Příklady, kdy preferujeme "kreslení jedním tahem"

- ▶ uklízení sněhu z ulic
- ▶ vyvážení odpadků
- ▶ roznášení pošty
- ▶ robotické svařování

Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Jednotažky

- ▶ kdy jde obrázek nakreslit jedním tahem?
- ▶ kdy nejde obrázek nakreslit jedním tahem?
- ▶ kolika (minimálně) tahy jde obrázek nakreslit?

Příklady, kdy preferujeme "kreslení jedním tahem"

- ▶ uklízení sněhu z ulic
- ▶ vyvážení odpadků
- ▶ roznášení pošty
- ▶ robotické svařování
- ▶ vyšívání

Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Jednotažky

- ▶ kdy jde obrázek nakreslit jedním tahem?
- ▶ kdy nejde obrázek nakreslit jedním tahem?
- ▶ kolika (minimálně) tahy jde obrázek nakreslit?

Příklady, kdy preferujeme "kreslení jedním tahem"

- ▶ uklízení sněhu z ulic
- ▶ vyvážení odpadků
- ▶ roznášení pošty
- ▶ robotické svařování
- ▶ vyšívání
- ▶ ... v teorii kódování

Samozřejmě někdy má smysl řešit úlohy více tahy.

Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

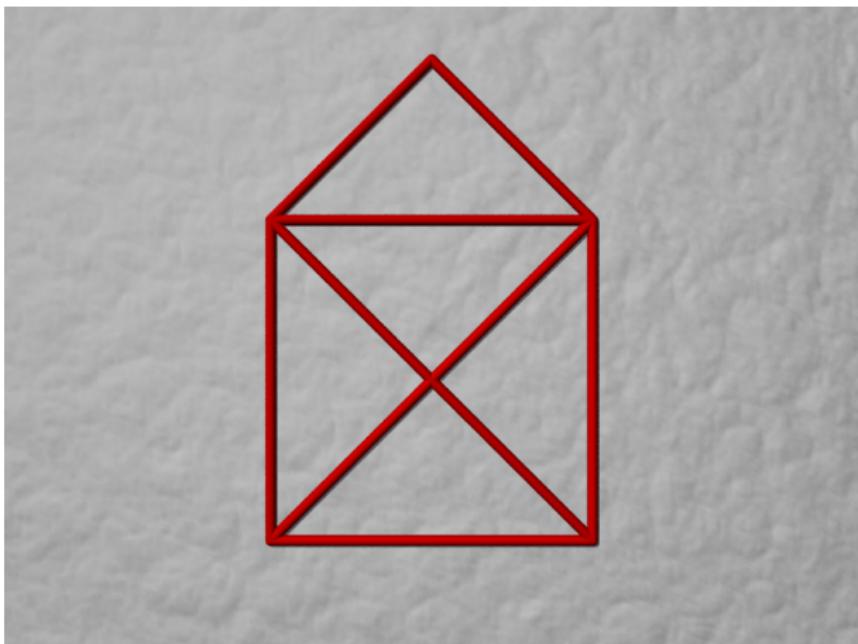
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Příklady

Je možno následující obrázek nakreslit jedním tahem?



Procházky
v grafech

Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton

Šachovnice

Bludiště

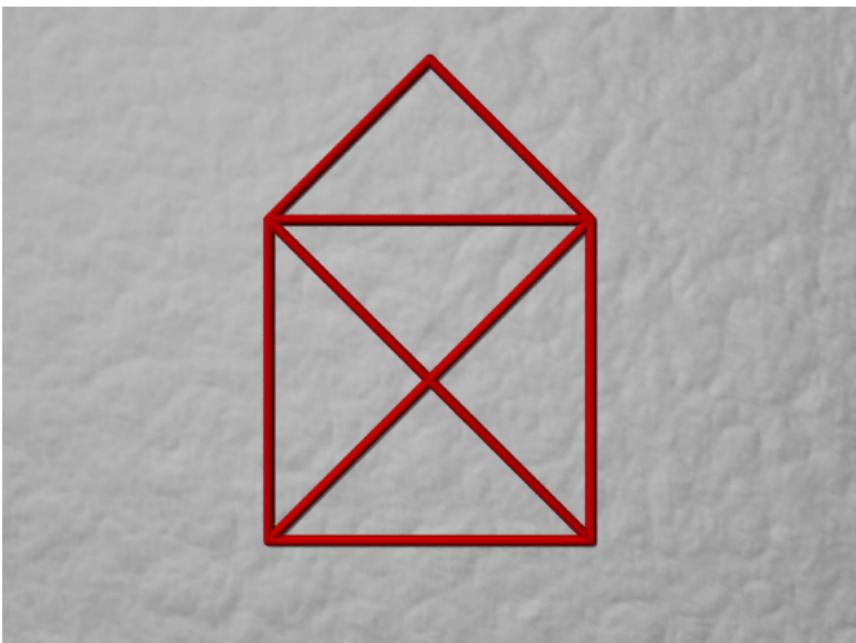
Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Je možno následující obrázek nakreslit jedním tahem?



Ano!

Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton

Šachovnice

Bludiště

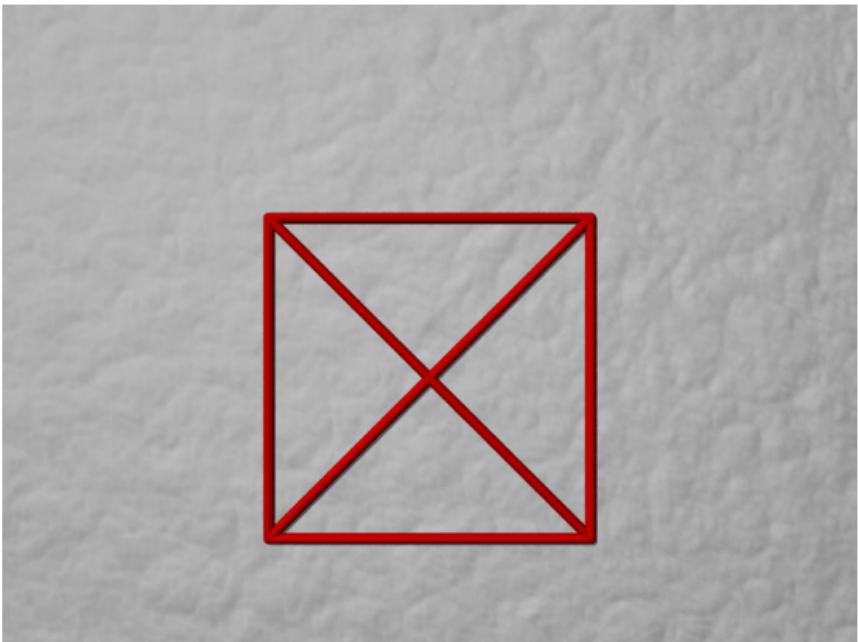
Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Je možno následující obrázek nakreslit jedním tahem?



Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton
Šachovnice

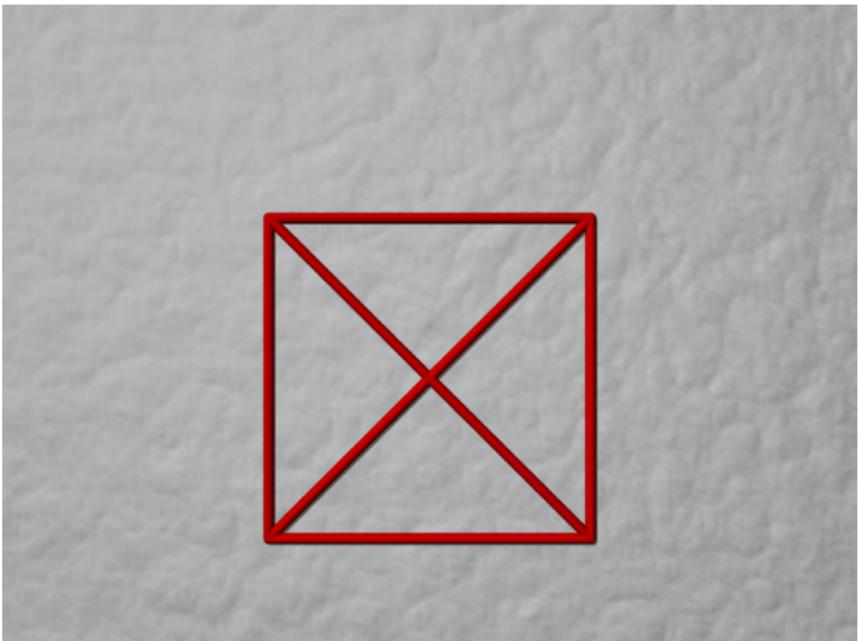
Bludiště

Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

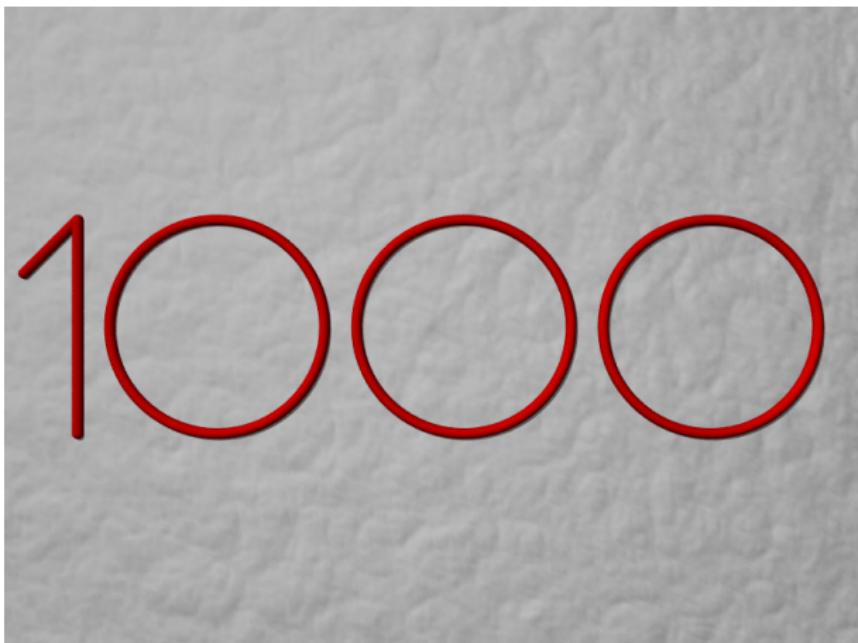
Je možno následující obrázek nakreslit jedním tahem?



Ne!

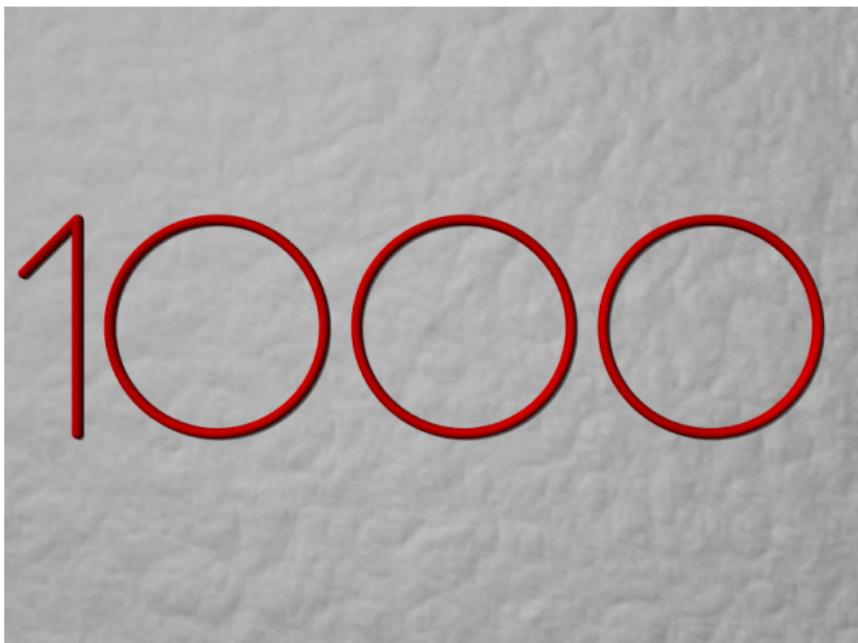
- Pojem grafu
 - Vrcholy a hrany
 - Historie pojmu graf
- Eulerovské grafy
 - Grafová interpretace
 - Putování grafem
- Cesty v grafech
 - Délka cesty
 - Vážený graf
- Hamiltonovská cesta
 - Hamilton
 - Šachovnice
- Bludiště
 - Bloudíme v bludišti
 - Sestavujeme bludiště
- Závěr
- Bonus

Je možno následující obrázek nakreslit jedním tahem?



- Pojem grafu
 - Vrcholy a hrany
 - Historie pojmu graf
- Eulerovské grafy
 - Grafová interpretace
 - Putování grafem
- Cesty v grafech
 - Délka cesty
 - Vážený graf
- Hamiltonovská cesta
 - Hamilton
 - Šachovnice
- Bludiště
 - Bloudíme v bludišti
 - Sestavujeme bludiště
- Závěr
- Bonus

Je možno následující obrázek nakreslit jedním tahem?



Ano!

- Pojem grafu
 - Vrcholy a hrany
 - Historie pojmu graf
- Eulerovské grafy
 - Grafová interpretace
 - Putování grafem
- Cesty v grafech
 - Délka cesty
 - Vážený graf
- Hamiltonovská cesta
 - Hamilton
 - Šachovnice
- Bludiště
 - Bloudíme v bludišti
 - Sestavujeme bludiště
- Závěr
- Bonus

Je možno následující obrázek nakreslit jedním tahem?



Ano!

Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton

Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti

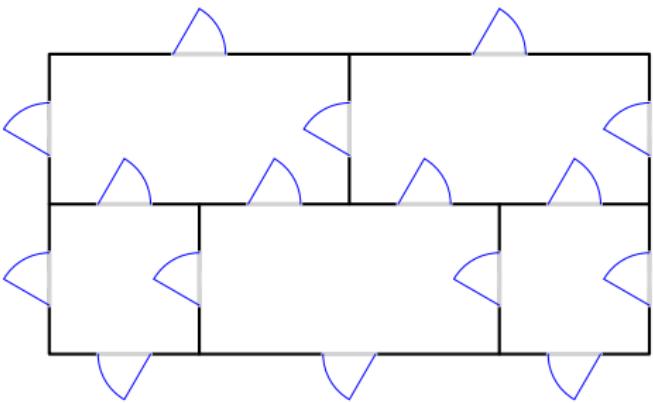
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Máme dán půdorys domu.

Je možno projít každými dveřmi v domě právě jednou?



Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton

Šachovnice

Bludiště

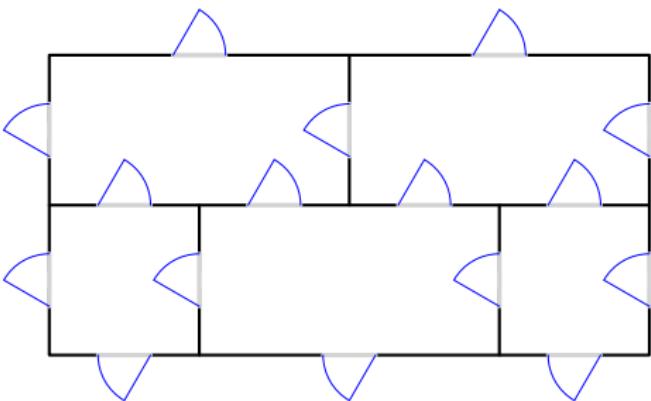
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Máme dán půdorys domu.

Je možno projít každými dveřmi v domě právě jednou?



Snadno sestavíme odpovídající graf a zjistíme, že ...

Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

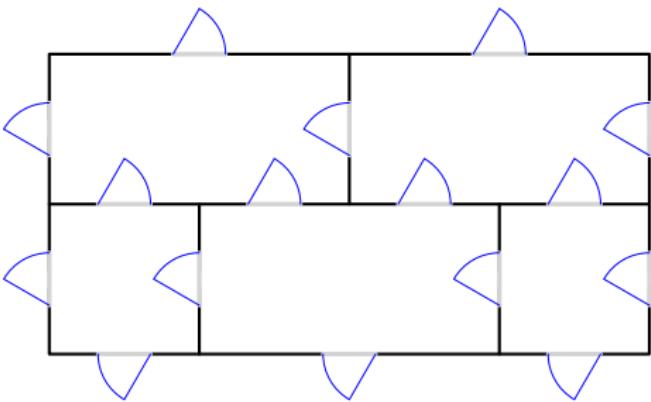
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Máme dán půdorys domu.

Je možno projít každými dveřmi v domě právě jednou?



Snadno sestavíme odpovídající graf a zjistíme, že ...

ne!

Pojem grafu
Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy
Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech
Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta
Hamilton
Šachovnice

Bludiště
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Doposud jsme v grafu hledali tahy. Nyní budeme hledat cesty.

Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Doposud jsme v grafu hledali tahy. Nyní budeme hledat cesty.

Definice

Tah v grafu G je taková posloupnost vrcholů a hran

$$v_0, v_0v_1, v_1, v_1v_2, v_2, \dots, v_{n-1}v_n, v_n,$$

kde v_i jsou vrcholy grafu G a v_iv_{i+1} jsou hrany grafu G a žádná hrana se neopakuje.

Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Doposud jsme v grafu hledali tahy. Nyní budeme hledat cesty.

Definice

Tah v grafu G je taková posloupnost vrcholů a hran

$$v_0, v_0v_1, v_1, v_1v_2, v_2, \dots, v_{n-1}v_n, v_n,$$

kde v_i jsou vrcholy grafu G a v_iv_{i+1} jsou hrany grafu G a žádná hrana se neopakuje.

Definice

Cesta je tah, ve kterém se neopakují ani žádné vrcholy.

Počet hran cesty nazveme délka cesty.

Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská cesta

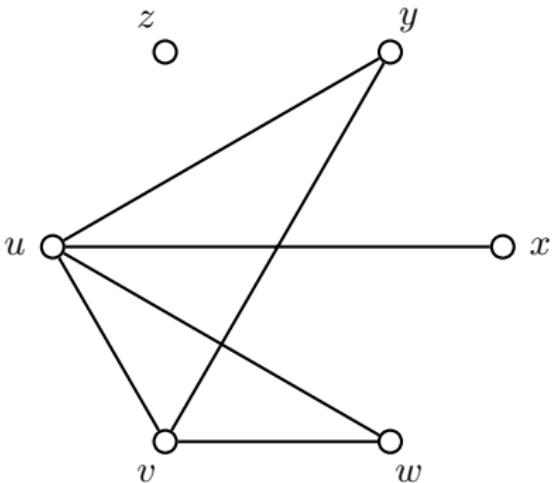
Hamilton
Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus



Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton

Šachovnice

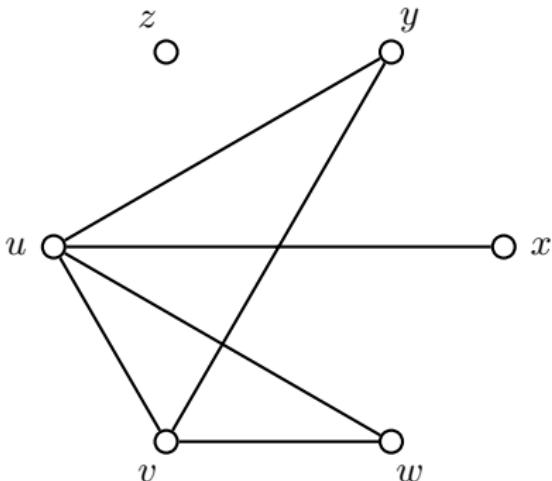
Bludiště

Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus



- ▶ Příklad tahu (délky 6):

$x, xu, u, uy, y, yv, v, vw, w, wu, u, uv, v.$

Pojem grafu
Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

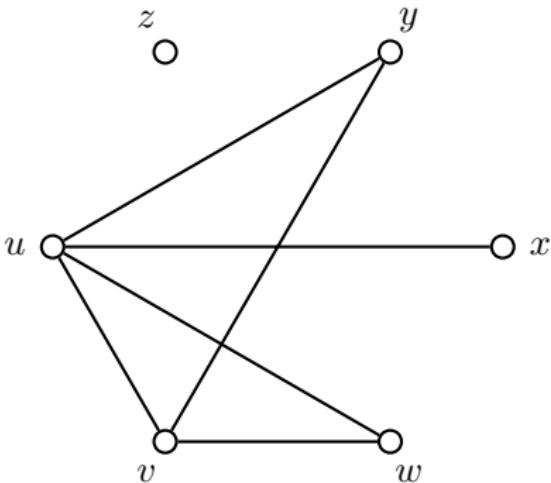
Eulerovské grafy
Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech
Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta
Hamilton
Šachovnice

Bludiště
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště
Závěr

Bonus



- ▶ Příklad tahu (délky 6):

$x, xu, u, uy, y, yv, v, vw, w, wu, u, uv, v.$

- ▶ Příklad cesty (délky 4):

$x, xu, u, uw, w, wv, v, vy, y.$

Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton

Šachovnice

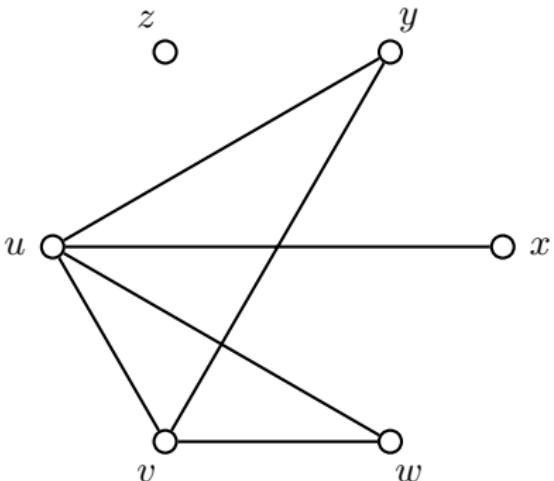
Bludiště

Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus



- ▶ Příklad tahu (délky 6):

$x, xu, u, uy, y, yv, v, vw, w, wu, u, uv, v.$

- ▶ Příklad cesty (délky 4):

$x, xu, u, uw, w, wv, v, vy, y.$

- ▶ Ani tah ani cesta:

$x, xu, u, uy, y, yu, u.$

Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cestaHamilton
Šachovnice

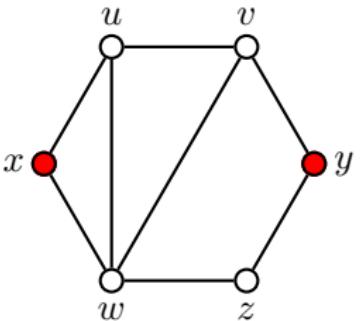
Bludiště

Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus



Jaká je délka nejkratší cesty mezi x a y ?

Pojem grafu
Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy
Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech
Délka cesty
Vážený graf

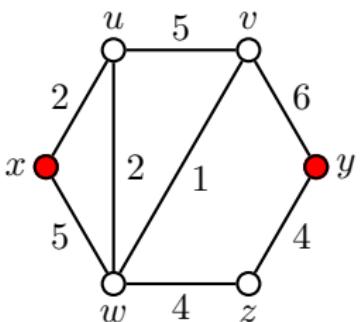
Hamiltonovská
cesta
Hamilton
Šachovnice

Bludiště
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr
Bonus

Definice

Ve ohodnoceném (váženém) grafu je navíc každé hraně přiřazeno číslo (obvykle kladné reálné) číslo.



Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

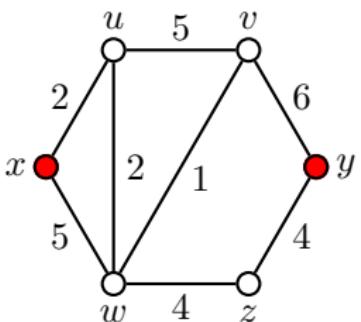
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Definice

Ve ohodnoceném (váženém) grafu je navíc každé hraně přiřazeno číslo (obvykle kladné reálné) číslo.

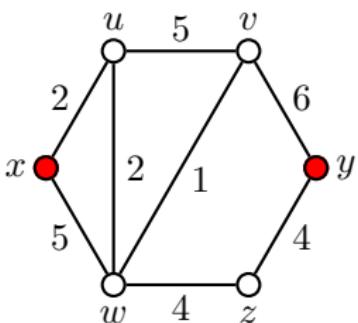


Jaká je délka nejkratší cesty mezi x a y ?

- Pojem grafu
 - Vrcholy a hrany
 - Historie pojmu graf
- Eulerovské grafy
 - Grafová interpretace
 - Putování grafem
- Cesty v grafech
 - Délka cesty
 - Vážený graf
- Hamiltonovská cesta
 - Hamilton
 - Šachovnice
- Bludiště
 - Bloudíme v bludišti
 - Sestavujeme bludiště
- Závěr
- Bonus

Definice

Ve ohodnoceném (váženém) grafu je navíc každé hraně přiřazeno číslo (obvykle kladné reálné) číslo.



Jaká je délka nejkratší cesty mezi x a y ?

Existují obecné algoritmy a algoritmy specifické pro nějaký typ grafu ...

- Pojem grafu
 - Vrcholy a hrany
 - Historie pojmu graf
- Eulerovské grafy
 - Grafová interpretace
 - Putování grafem
- Cesty v grafech
 - Délka cesty
 - Vážený graf
- Hamiltonovská cesta
 - Hamilton
 - Šachovnice
- Bludiště
 - Bloudíme v bludišti
 - Sestavujeme bludiště
- Závěr
- Bonus

Definice

Hamiltonovská cesta v grafu obsahuje všechny vrcholy grafu.
Hamiltonovský cyklus v grafu je takový uzavřený tah (první vrchol tahu splývá s posledním), který obsahuje všechny vrcholy grafu, přičemž žádný vrchol se neopakuje.

Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská cesta

Hamilton

Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

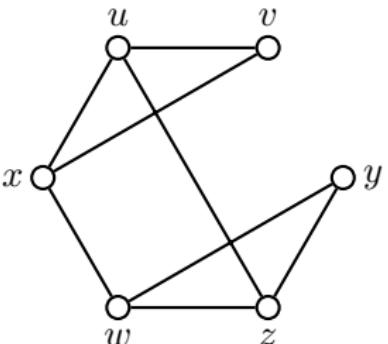
Závěr

Bonus

Definice

Hamiltonovská cesta v grafu obsahuje všechny vrcholy grafu.

Hamiltonovský cyklus v grafu je takový uzavřený tah (první vrchol tahu splývá s posledním), který obsahuje všechny vrcholy grafu, přičemž žádný vrchol se neopakuje.



Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton

Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

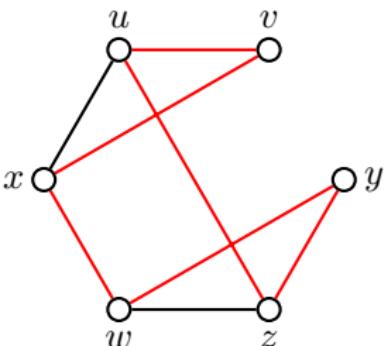
Závěr

Bonus

Definice

Hamiltonovská cesta v grafu obsahuje všechny vrcholy grafu.

Hamiltonovský cyklus v grafu je takový uzavřený tah (první vrchol tahu splývá s posledním), který obsahuje všechny vrcholy grafu, přičemž žádný vrchol se neopakuje.



Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská cesta

Hamilton

Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti

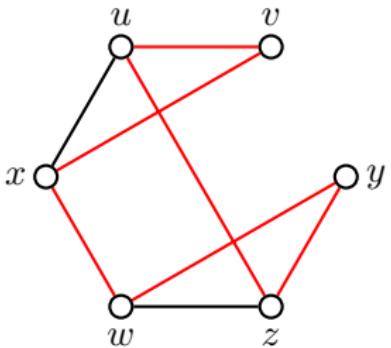
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Hamiltonovská cesta a eulerovský tah

Procházky
v grafech



Pozor:

- ▶ eulerovský tah projde všechny hrany

Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská cesta

Hamilton

Šachovnice

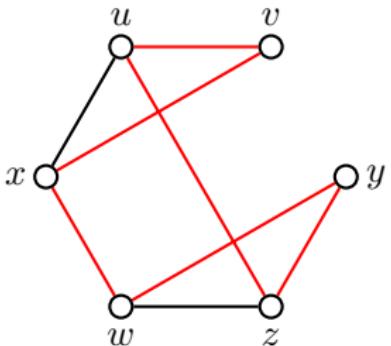
Bludiště

Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus



Pozor:

- ▶ eulerovský tah projde všechny hrany
- ▶ hamiltonovská cesta projde všechny vrcholy
(nemusí projít všechny hrany!) **těžší najít**

Pojem grafu
Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy
Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech
Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská cesta
Hamilton
Šachovnice

Bludiště
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus



William Rowan Hamilton (1805–1865)

- Pojem grafu
 - Vrcholy a hrany
 - Historie pojmu graf
- Eulerovské grafy
 - Grafová interpretace
 - Putování grafem
- Cesty v grafech
 - Délka cesty
 - Vážený graf
- Hamiltonovská cesta
 - Hamilton
 - Šachovnice
- Bludiště
 - Bloudíme v bludišti
 - Sestavujeme bludiště
- Závěr
- Bonus

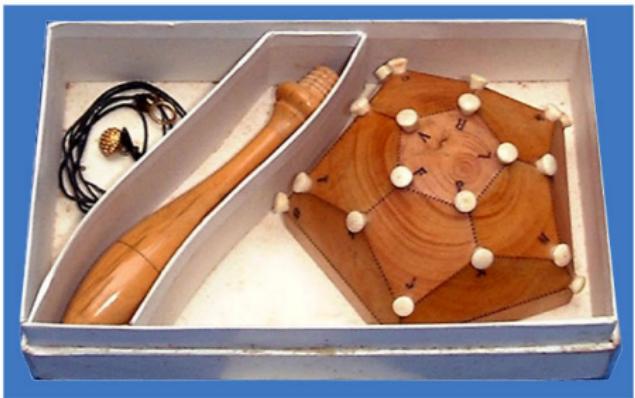


William Rowan Hamilton (1805–1865)



Teoretickou úlohu prodával jako hlavolam.

- Pojem grafu
- Vrcholy a hrany
- Historie pojmu graf
- Eulerovské grafy
- Grafová interpretace
- Putování grafem
- Cesty v grafech
- Délka cesty
- Vážený graf
- Hamiltonovská cesta
- Hamilton
- Šachovnice
- Bludiště
- Bloudíme v bludišti
- Sestavujeme bludiště
- Závěr
- Bonus



Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

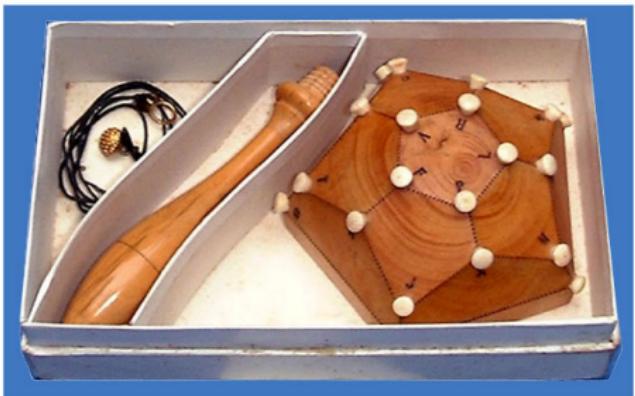
Hamilton
Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus



Pojem grafu
Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy
Grafová interpretace
Putování grafem

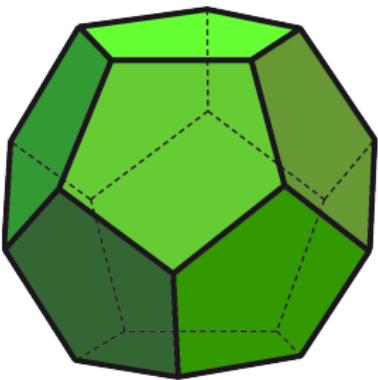
Cesty v grafech
Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta
Hamilton
Šachovnice

Bludiště
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus



Pravidelný dvanáctistěn (“dodekaedr”).

Pojem grafu
Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy
Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech
Délka cesty
Vážený graf

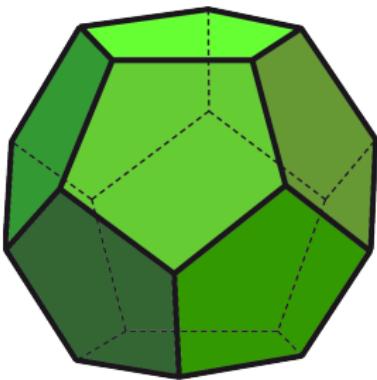
Hamiltonovská
cesta

Hamilton
Šachovnice

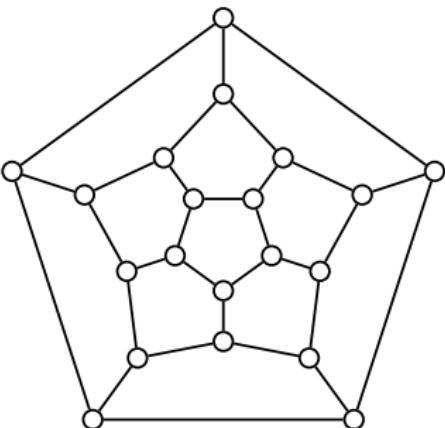
Bludiště
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

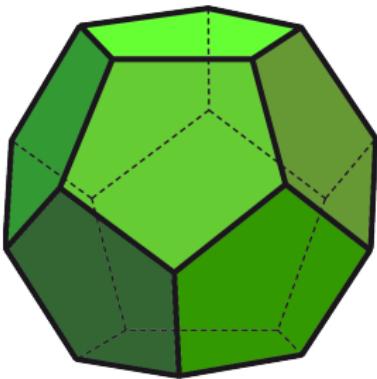


Pravidelný dvanáctistěn (“dodekaedr”).

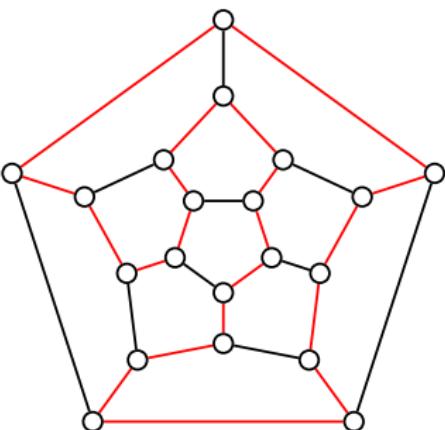


Nakreslený do roviny.

- Pojem grafu
- Vrcholy a hrany
- Historie pojmu graf
- Eulerovské grafy
- Grafová interpretace
- Putování grafem
- Cesty v grafech
- Délka cesty
- Vážený graf
- Hamiltonovská cesta
- Hamilton
- Šachovnice
- Bludiště
- Bloudíme v bludišti
- Sestavujeme bludiště
- Závěr
- Bonus



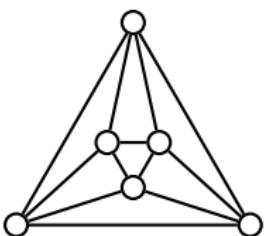
Pravidelný dvanáctistěn (“dodekaedr”).



Nakreslený do roviny.

- Pojem grafu
- Vrcholy a hrany
- Historie pojmu graf
- Eulerovské grafy
- Grafová interpretace
- Putování grafem
- Cesty v grafech
- Délka cesty
- Vážený graf
- Hamiltonovská cesta
- Hamilton
- Šachovnice
- Bludiště
- Bloudíme v bludišti
- Sestavujeme bludiště
- Závěr
- Bonus

Najděte v grafu **dva nezávislé** hamiltonovské cykly.



Pojem grafu
Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy
Grafová interpretace
Putování grafem

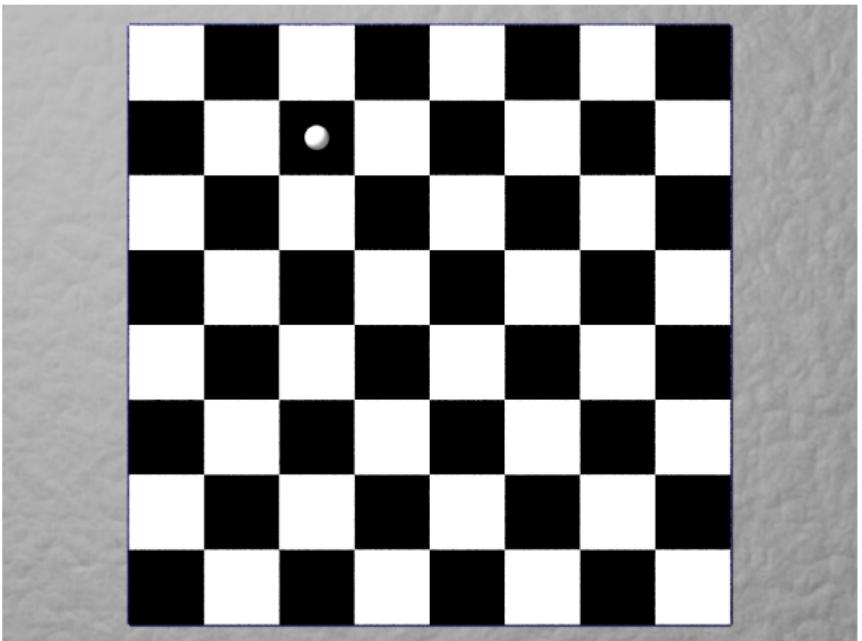
Cesty v grafech
Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta
Hamilton
Šachovnice

Bludiště
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

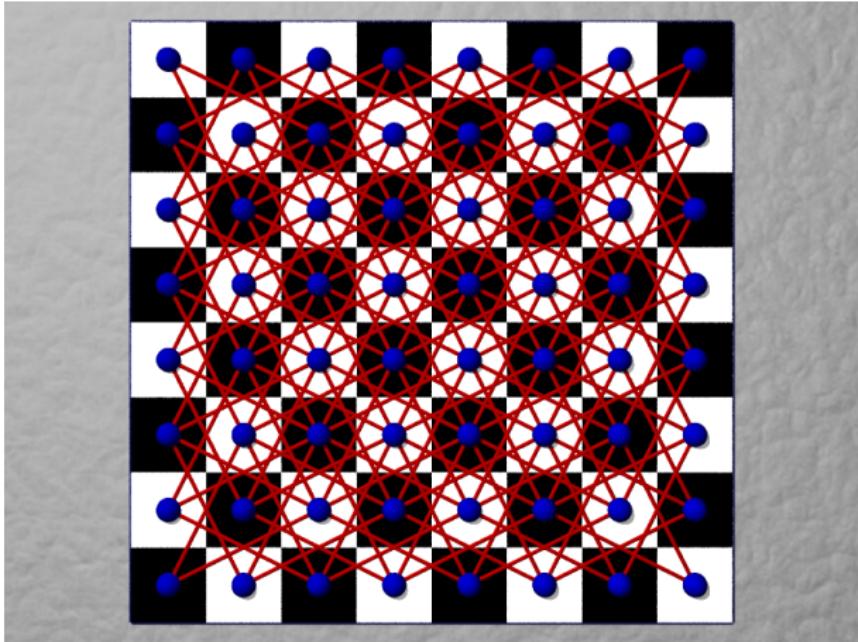
Bonus



Formulace úlohy

Je možné projít celou šachovnici jezdcem tak, abychom na každé pole vstoupili právě jednou?

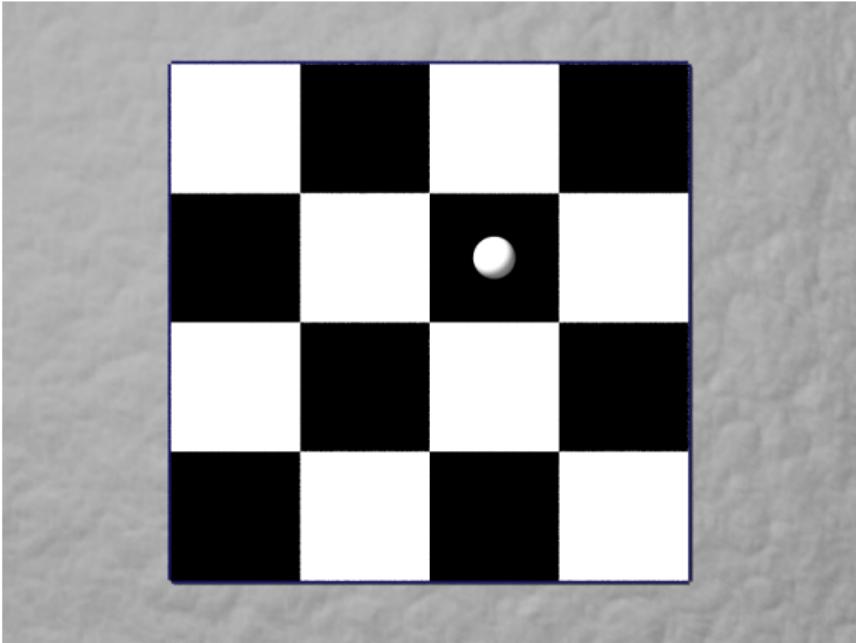
- Pojem grafu
 - Vrcholy a hrany
 - Historie pojmu graf
- Eulerovské grafy
 - Grafová interpretace
 - Putování grafem
- Cesty v grafech
 - Délka cesty
 - Vážený graf
- Hamiltonovská cesta
 - Hamilton
 - Šachovnice
- Bludiště
 - Bloudíme v bludišti
 - Sestavujeme bludiště
- Závěr
- Bonus



Formulace úlohy

Je možné projít celou šachovnici jezdcem tak, abychom na každé pole vstoupili právě jednou a vrátili se na výchozí políčko?

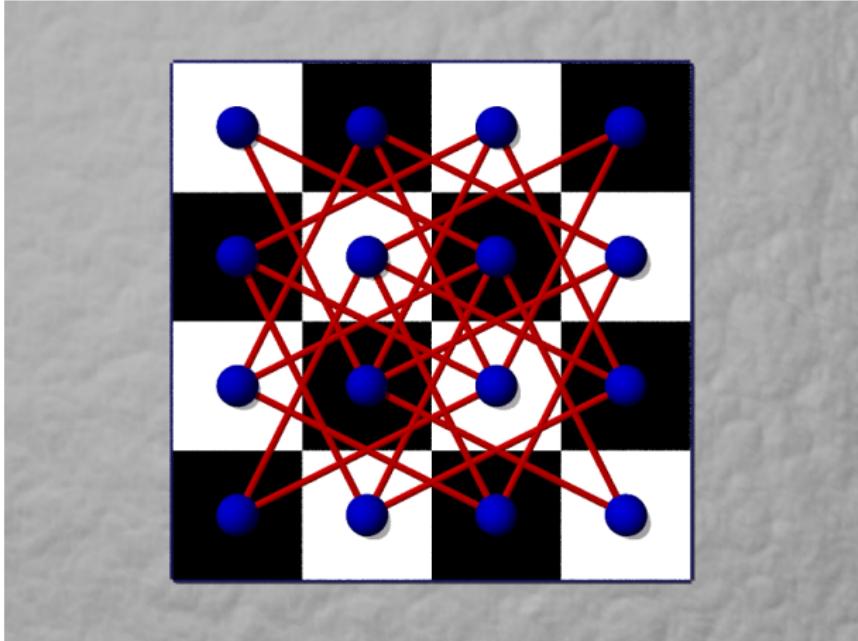
- Pojem grafu
 - Vrcholy a hrany
 - Historie pojmu graf
- Eulerovské grafy
 - Grafová interpretace
 - Putování grafem
- Cesty v grafech
 - Délka cesty
 - Vážený graf
- Hamiltonovská cesta
 - Hamilton
 - Šachovnice
- Bludiště
 - Bloudíme v bludišti
 - Sestavujeme bludiště
- Závěr
- Bonus



Formulace úlohy

Je možné projít celou šachovnici jezdcem tak, abychom na každé pole vstoupili právě jednou a vrátili se na výchozí políčko?

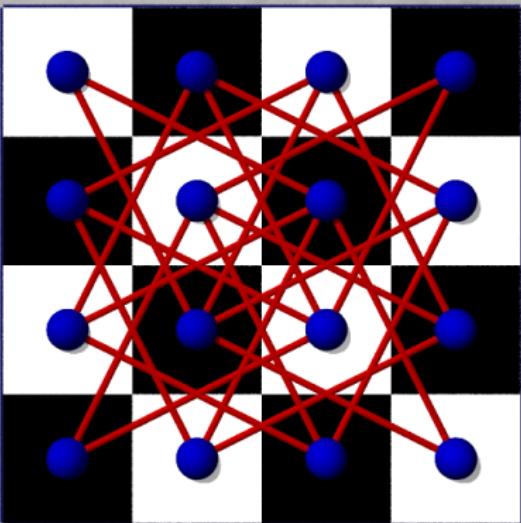
- Pojem grafu
 - Vrcholy a hrany
 - Historie pojmu graf
- Eulerovské grafy
 - Grafová interpretace
 - Putování grafem
- Cesty v grafech
 - Délka cesty
 - Vážený graf
- Hamiltonovská cesta
 - Hamilton
 - Šachovnice
- Bludiště
 - Bloudíme v bludišti
 - Sestavujeme bludiště
- Závěr
- Bonus



Formulace úlohy

Je možné projít celou šachovnici jezdcem tak, abychom na každé pole vstoupili právě jednou a vrátili se na výchozí políčko?

- Pojem grafu
- Vrcholy a hrany
- Historie pojmu graf
- Eulerovské grafy
- Grafová interpretace
- Putování grafem
- Cesty v grafech
- Délka cesty
- Vážený graf
- Hamiltonovská cesta
- Hamilton
- Šachovnice
- Bludiště
- Bloudíme v bludišti
- Sestavujeme bludiště
- Závěr
- Bonus



Pojem grafu
Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy
Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech
Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská cesta
Hamilton
Šachovnice

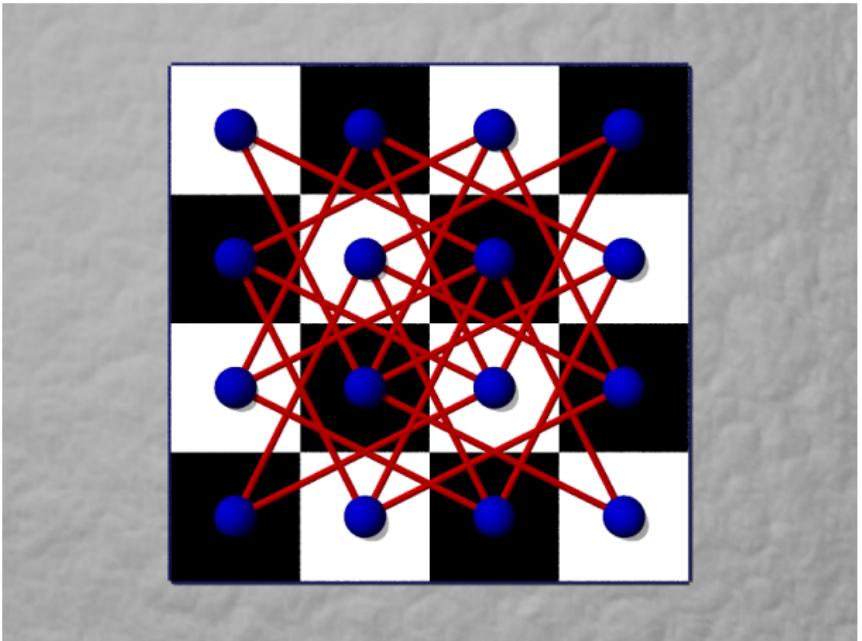
Bludiště
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Formulace úlohy pomocí teorie grafů

Existuje v grafu hamiltonovský cyklus?



Pojem grafu
Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy
Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech
Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská cesta
Hamilton
Šachovnice

Bludiště
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

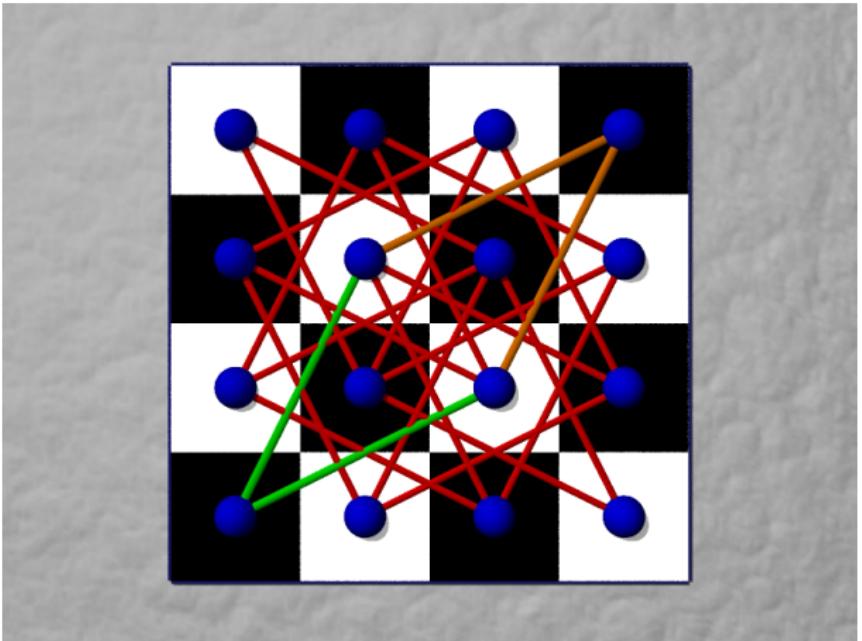
Závěr

Bonus

Formulace úlohy pomocí teorie grafů

Existuje v grafu hamiltonovský cyklus?

Stačí si něčeho v grafu všimnout...



Pojem grafu
Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy
Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech
Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská cesta
Hamilton
Šachovnice

Bludiště
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Formulace úlohy pomocí teorie grafů

Existuje v grafu hamiltonovský cyklus?

Stačí si něčeho v grafu všimnout...

3	30	49	34	53	6	47	26
50	33	4	29	48	27	54	7
31	2	35	52	5	56	25	46
36	51	32	1	28	45	8	55
63	16	37	20	9	24	57	44
38	19	64	13	60	41	10	23
15	62	17	40	21	12	43	58
18	39	14	61	42	59	22	11

Pro šachovnici 8×8 řešení existuje.

Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton
Šachovnice

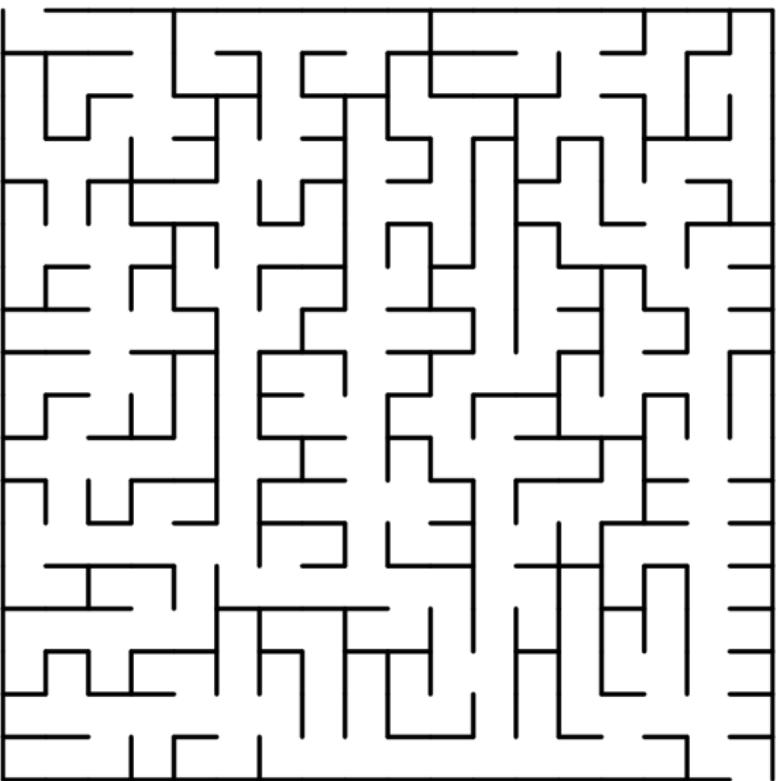
Bludiště

Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus



Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton

Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Sestavíme graf:

- ▶ vrcholy jsou křižovatky nebo významné body,
- ▶ hranou spojíme vrcholy, pokud jsou odpovídající křižovatky v bludišti spojeny chodbou.

Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Sestavíme graf:

- ▶ vrcholy jsou křižovatky nebo významné body,
- ▶ hranou spojíme vrcholy, pokud jsou odpovídající křižovatky v bludišti spojeny chodbou.

V grafu hledáme cesty

- ▶ prohledáváním do šířky,
- ▶ prohledáváním do hloubky,
- ▶ algoritmem pro nalezení nejkratších cest.

Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Sestavíme graf:

- ▶ vrcholy jsou křižovatky nebo významné body,
- ▶ hranou spojíme vrcholy, pokud jsou odpovídající křižovatky v bludišti spojeny chodbou.

V grafu hledáme cesty

- ▶ prohledáváním do šířky,
- ▶ prohledáváním do hloubky,
- ▶ algoritmem pro nalezení nejkratších cest.

Hlavní myšlenka algoritmů pro hledání cest:

- ▶ na začátku máme “neobjevené” vrcholy,
- ▶ v každém kroku vrcholy “objevujeme” a pro každý vrchol si zapamatujeme předchůdce,
- ▶ nakonec cestu rekonstruujeme od konce.

Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

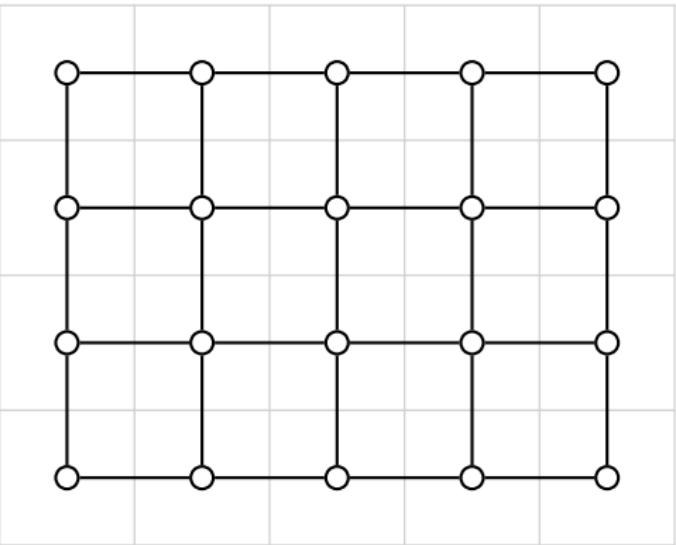
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Sestavujeme bludiště

Procházky
v grafech



Můžeme použít překvapivě jednoduchý postup:

- ▶ sestavíme graf vhodné struktury,

Pojem grafu
Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy
Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech
Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta
Hamilton
Šachovnice

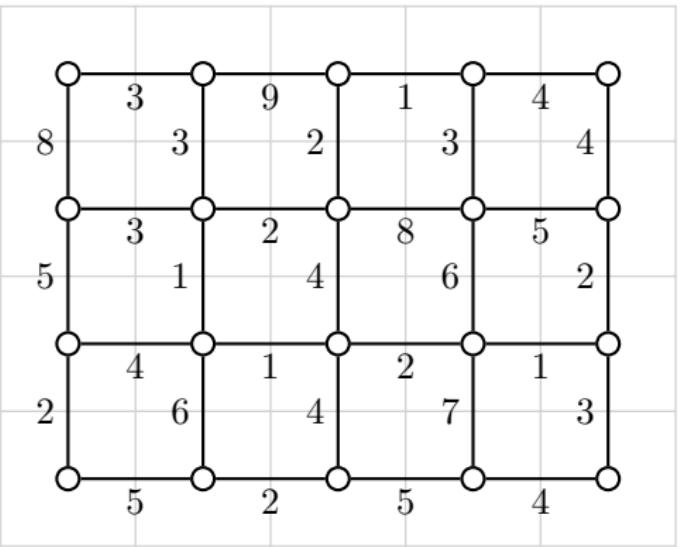
Bludiště
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Sestavujeme bludiště

Procházky
v grafech



Můžeme použít překvapivě jednoduchý postup:

- ▶ sestavíme graf vhodné struktury,
- ▶ ohodnotíme hrany náhodnými čísly z předepsaného intervalu,

Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

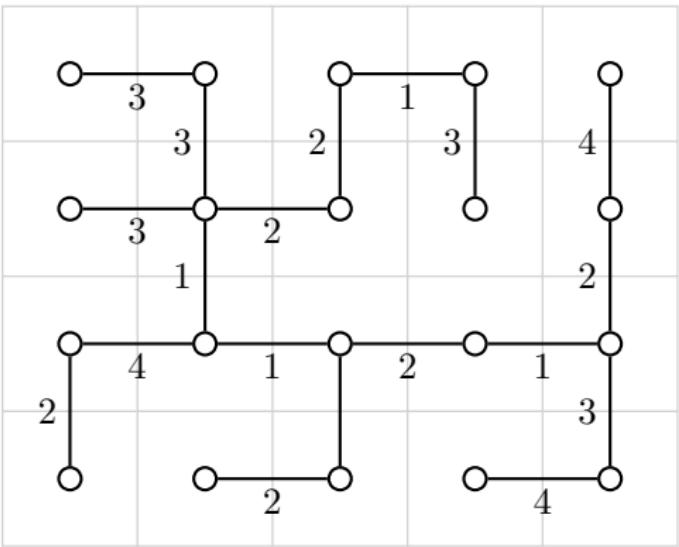
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Sestavujeme bludiště

Procházky
v grafech



Můžeme použít překvapivě jednoduchý postup:

- ▶ sestavíme graf vhodné struktury,
- ▶ ohodnotíme hrany náhodnými čísly z předepsaného intervalu,
- ▶ najdeme minimální kostru grafu,

Pojem grafu
Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy
Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech
Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta
Hamilton
Šachovnice

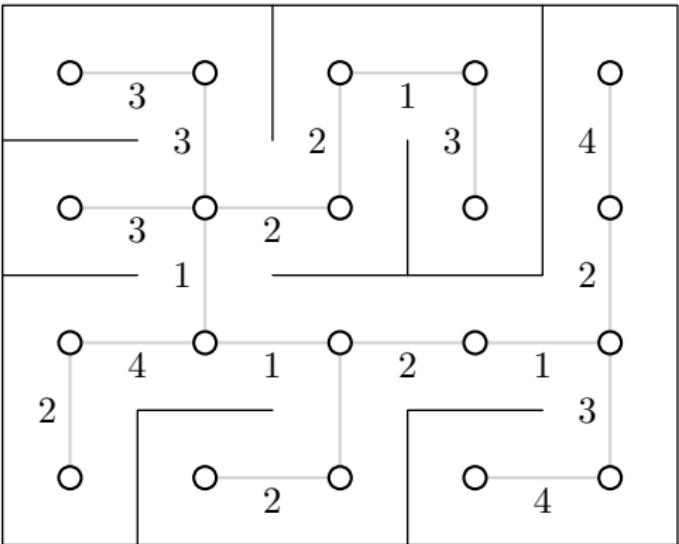
Bludiště
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Sestavujeme bludiště

Procházky
v grafech



Můžeme použít překvapivě jednoduchý postup:

- ▶ sestavíme graf vhodné struktury,
- ▶ ohodnotíme hrany náhodnými čísly z předepsaného intervalu,
- ▶ najdeme minimální kostru grafu,
- ▶ dle kostry zakreslíme bludiště (stěna kde není hrana).

Pojem grafu
Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy
Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech
Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta
Hamilton
Šachovnice

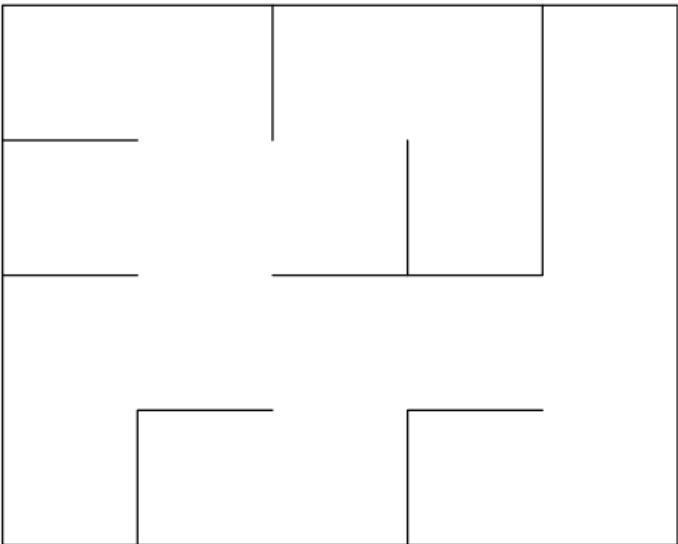
Bludiště
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Sestavujeme bludiště

Procházky
v grafech



Můžeme použít překvapivě jednoduchý postup:

- ▶ sestavíme graf vhodné struktury,
- ▶ ohodnotíme hrany náhodnými čísly z předepsaného intervalu,
- ▶ najdeme minimální kostru grafu,
- ▶ dle kostry zakreslíme bludiště (stěna kde není hrana).

Pojem grafu
Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy
Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech
Délka cesty
Vážený graf

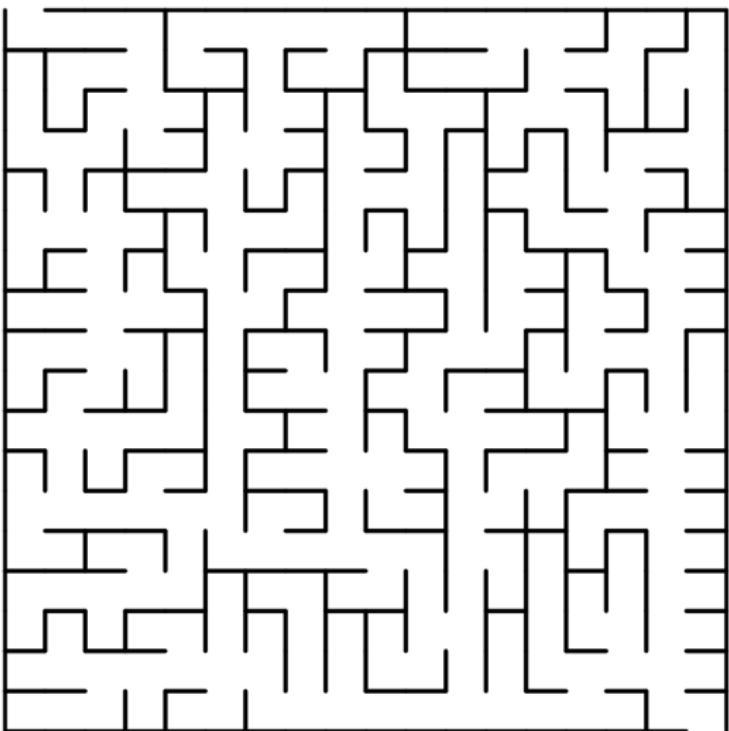
Hamiltonovská
cesta
Hamilton
Šachovnice

Bludiště
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr
Bonus

Příklady

Přidáme start, cíl a můžeme hledat cesty.



Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

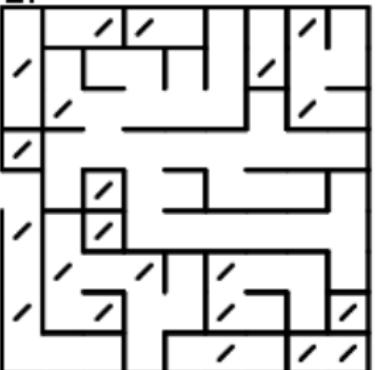
Závěr

Bonus

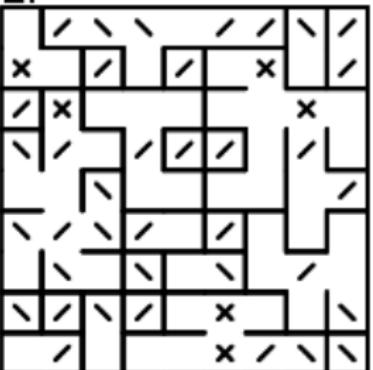
Stejným postupem bludiště s více vrstvami . . .

Procházky
v grafech

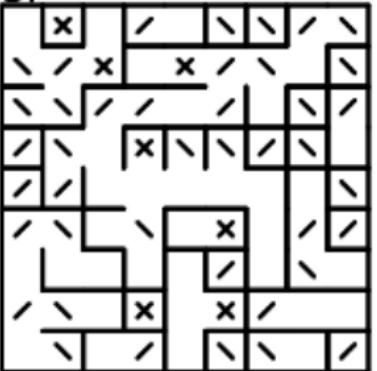
1.



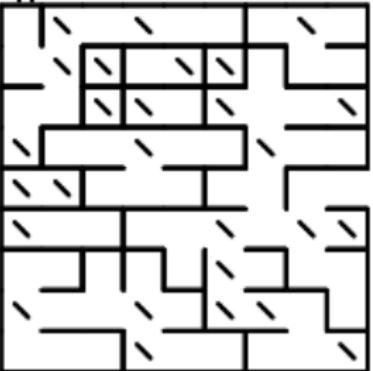
2.



3.



4.



Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

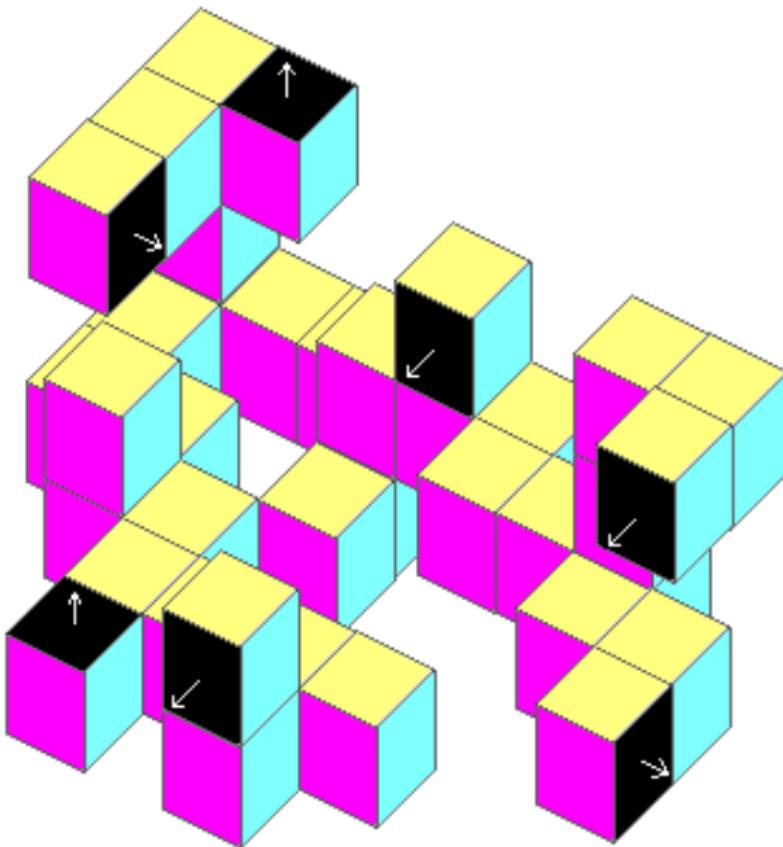
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

... nebo bludiště zakreslené v prostoru ...

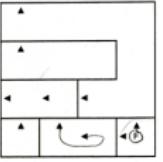
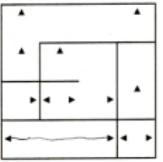
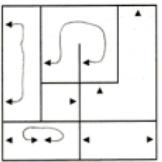
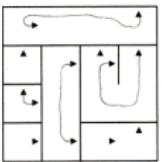
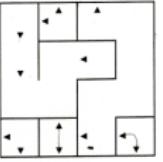
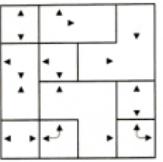
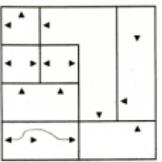
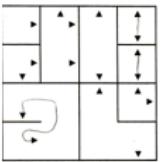
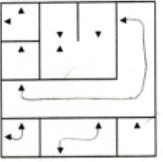
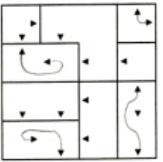
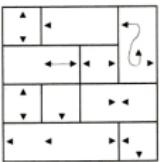
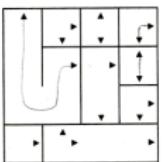
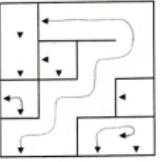
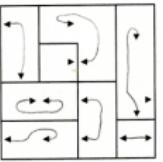
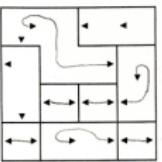
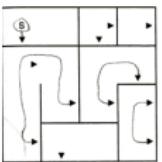
Procházky
v grafech



- Pojem grafu
- Vrcholy a hrany
- Historie pojmu graf
- Eulerovské grafy
- Grafová interpretace
- Putování grafem
- Cesty v grafech
- Délka cesty
- Vážený graf
- Hamiltonovská cesta
- Hamilton
- Šachovnice
- Bludiště
- Bloudíme v bludišti
- Sestavujeme bludiště
- Závěr
- Bonus

... nebo čtyřrozměrné bludiště.

Procházky
v grafech



Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

cs.wikipedia.org/wiki/Leonhard_Euler
cs.wikipedia.org/wiki/Eulerovský_tah
projecteuler.net/index.php?section=problems
www.cut-the-knot.org/ctk/Mazes.shtml
en.wikipedia.org/wiki/Maze-generation_algorithm

Pojem grafu
Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy
Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech
Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská cesta
Hamilton
Šachovnice

Bludiště
Bloudíme v bludiště
Sestavujeme bludiště

Závěr
Bonus

Děkuji za pozornost.



Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Formulace úlohy

Hospodář se vrací z trhu, kde koupil kozu, mladého vlka a zelí. Na cestě domů se musí přeplavit přes řeku. Jeho lod'ka je malá a vratká, proto může s sebou vzít vždy jen jednu ze tří věcí. Na břehu nemohou spolu zůstat koza a zelí (protože by koza zelí sežrala), ani koza s vlkem (protože by vlk pokousal kozu).

Jak musí hospodář převoz zorganizovat, aby dostal na druhý břeh celý svůj nákup? Kolik existuje řešení?

Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Koza vlk a zelí

Formulace úlohy

Hospodář se vrací z trhu, kde koupil kozu, mladého vlka a zelí. Na cestě domů se musí přeplavit přes řeku. Jeho loďka je malá a vratká, proto může s sebou vzít vždy jen jednu ze tří věcí. Na břehu nemohou spolu zůstat koza a zelí (protože by koza zelí sežrala), ani koza s vlkem (protože by vlk pokousal kozu).

Jak musí hospodář převoz zorganizovat, aby dostal na druhý břeh celý svůj nákup? Kolik existuje řešení?



Pojem grafu
Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy
Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech
Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta
Hamilton
Šachovnice

Bludiště
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Koza vlk a zelí

Formulace úlohy

Hospodář se vrací z trhu, kde koupil kozu, mladého vlka a zelí. Na cestě domů se musí přeplavit přes řeku. Jeho loďka je malá a vratká, proto může s sebou vzít vždy jen jednu ze tří věcí. Na břehu nemohou spolu zůstat koza a zelí (protože by koza zelí sežrala), ani koza s vlkem (protože by vlk pokousal kozu).

Jak musí hospodář převoz zorganizovat, aby dostal na druhý břeh celý svůj nákup? Kolik existuje řešení?



- Pojem grafu
 - Vrcholy a hrany
 - Historie pojmu graf
- Eulerovské grafy
 - Grafová interpretace
 - Putování grafem
- Cesty v grafech
 - Délka cesty
 - Vážený graf
- Hamiltonovská cesta
 - Hamilton
 - Šachovnice
- Bludiště
 - Bloudíme v bludišti
 - Sestavujeme bludiště
- Závěr
- Bonus

Koza vlk a zelí

Formulace úlohy

Hospodář se vrací z trhu, kde koupil kozu, mladého vlka a zelí. Na cestě domů se musí přeplavit přes řeku. Jeho loďka je malá a vratká, proto může s sebou vzít vždy jen jednu ze tří věcí. Na břehu nemohou spolu zůstat koza a zelí (protože by koza zelí sežrala), ani koza s vlkem (protože by vlk pokousal kozu).

Jak musí hospodář převoz zorganizovat, aby dostal na druhý břeh celý svůj nákup? Kolik existuje řešení?



Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton

Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Koza vlk a zelí

Formulace úlohy

Hospodář se vrací z trhu, kde koupil kozu, mladého vlka a zelí. Na cestě domů se musí přeplavit přes řeku. Jeho loďka je malá a vratká, proto může s sebou vzít vždy jen jednu ze tří věcí. Na břehu nemohou spolu zůstat koza a zelí (protože by koza zelí sežrala), ani koza s vlkem (protože by vlk pokousal kozu).

Jak musí hospodář převoz zorganizovat, aby dostal na druhý břeh celý svůj nákup? Kolik existuje řešení?



- Pojem grafu
 - Vrcholy a hrany
 - Historie pojmu graf
- Eulerovské grafy
 - Grafová interpretace
 - Putování grafem
- Cesty v grafech
 - Délka cesty
 - Vážený graf
- Hamiltonovská cesta
 - Hamilton
 - Šachovnice
- Bludiště
 - Bloudíme v bludišti
 - Sestavujeme bludiště
- Závěr
- Bonus

Koza vlk a zelí

Formulace úlohy

Hospodář se vrací z trhu, kde koupil kozu, mladého vlka a zelí. Na cestě domů se musí přeplavit přes řeku. Jeho loďka je malá a vratká, proto může s sebou vzít vždy jen jednu ze tří věcí. Na břehu nemohou spolu zůstat koza a zelí (protože by koza zelí sežrala), ani koza s vlkem (protože by vlk pokousal kozu).

Jak musí hospodář převoz zorganizovat, aby dostal na druhý břeh celý svůj nákup? Kolik existuje řešení?

Formulace úlohy pomocí teorie grafů

Sestavíme graf

- ▶ vrcholy grafu = stavy (kdo je na levém břehu?)

Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludiště
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Koza vlk a zelí

Formulace úlohy

Hospodář se vrací z trhu, kde koupil kozu, mladého vlka a zelí. Na cestě domů se musí přeplavit přes řeku. Jeho loďka je malá a vratká, proto může s sebou vzít vždy jen jednu ze tří věcí. Na břehu nemohou spolu zůstat koza a zelí (protože by koza zelí sežrala), ani koza s vlkem (protože by vlk pokousal kozu).

Jak musí hospodář převoz zorganizovat, aby dostal na druhý břeh celý svůj nákup? Kolik existuje řešení?

Formulace úlohy pomocí teorie grafů

Sestavíme graf

- ▶ vrcholy grafu = stavy (kdo je na levém břehu?)
- ▶ hrany = možný přechod

Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská cesta

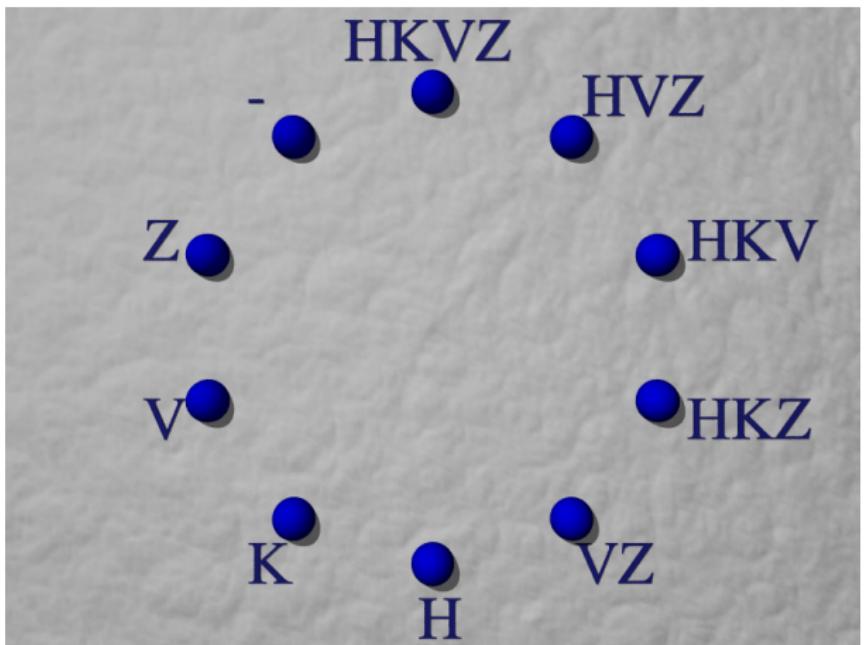
Hamilton
Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus



Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

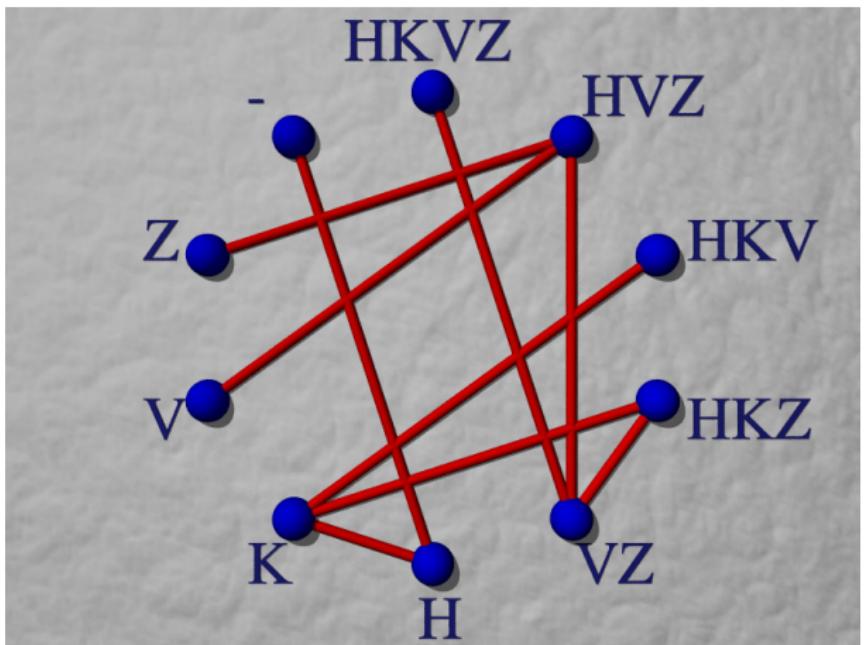
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Řešení užitím grafu

Procházky
v grafech



Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

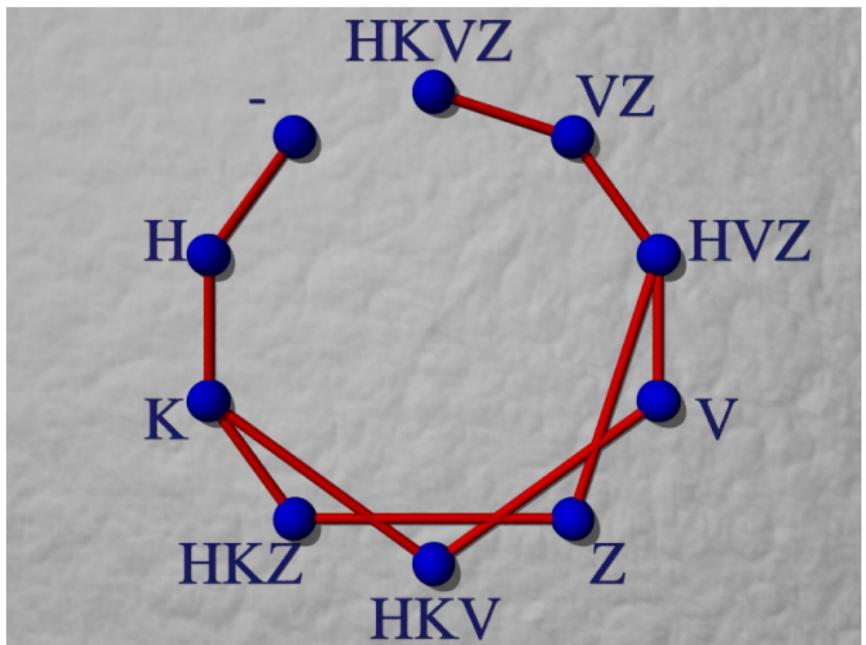
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Řešení užitím grafu

Procházky
v grafech



Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton

Šachovnice

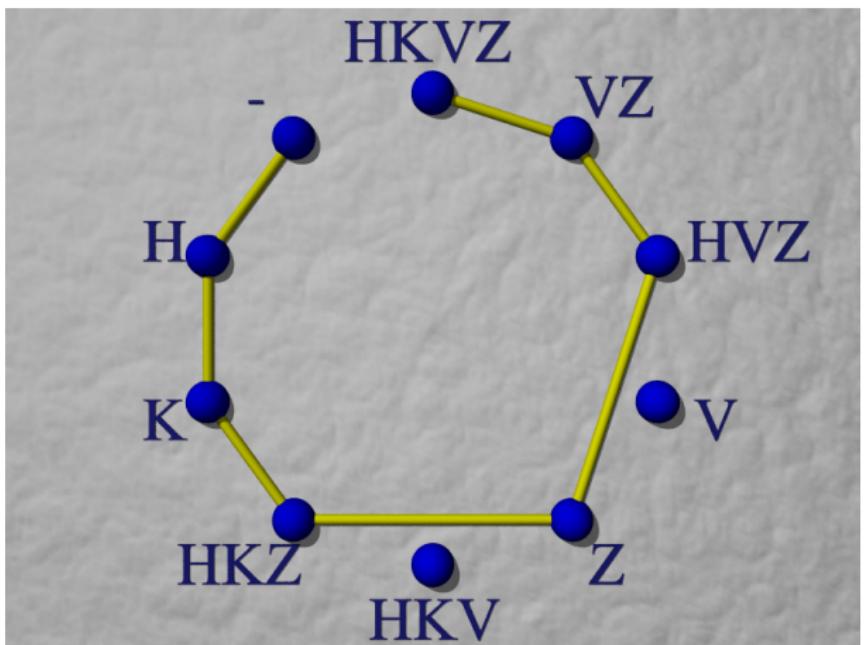
Bludiště

Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus



Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton

Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti

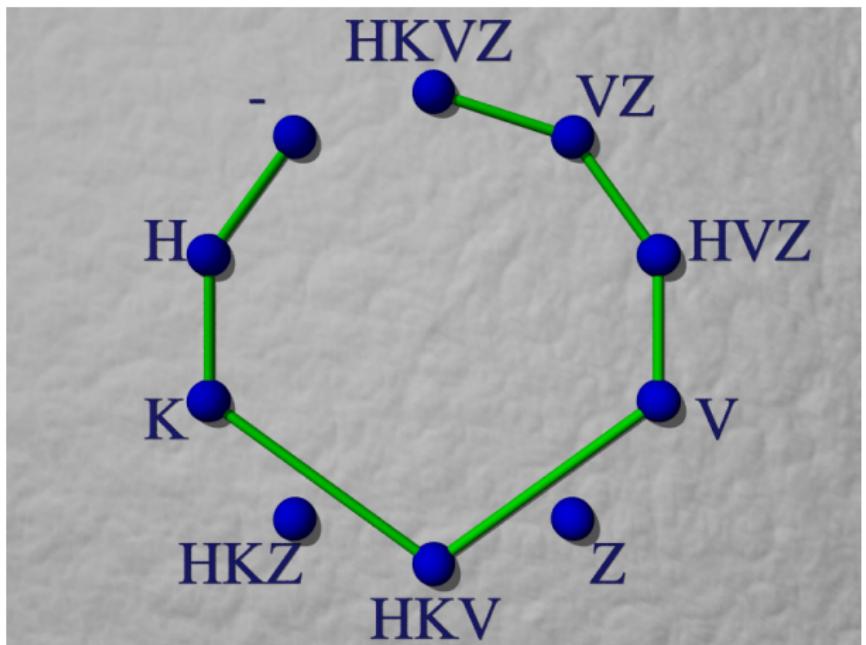
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Řešení užitím grafu

Procházky
v grafech



Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton

Šachovnice

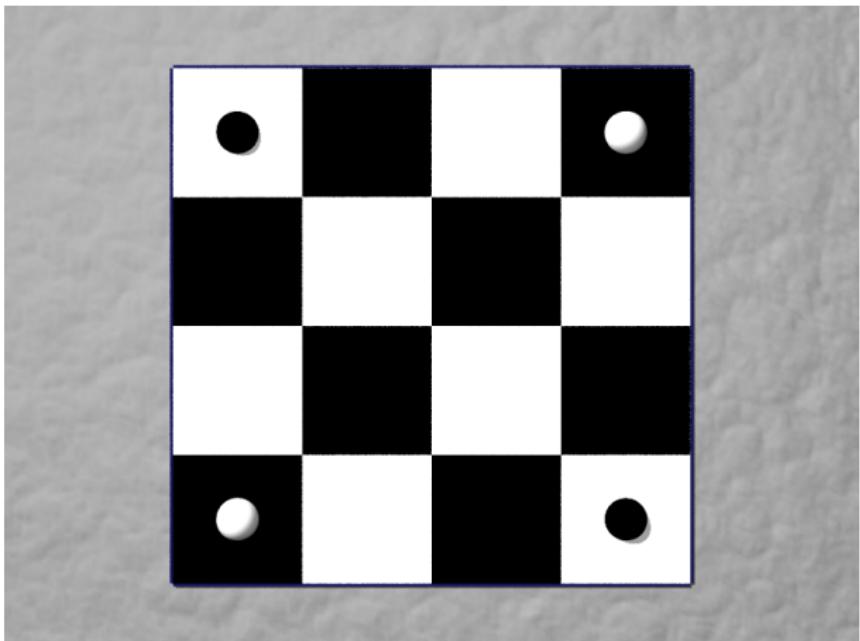
Bludiště

Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus



Formulace úlohy

Co nejmenším počtem tahů zajistěte, aby černí jezdci stály na místě bílých a naopak.

- Pojem grafu
 - Vrcholy a hrany
 - Historie pojmu graf
- Eulerovské grafy
 - Grafová interpretace
 - Putování grafem
- Cesty v grafech
 - Délka cesty
 - Vážený graf
- Hamiltonovská cesta
 - Hamilton
 - Šachovnice
- Bludiště
 - Bloudíme v bludišti
 - Sestavujeme bludiště
- Závěr
- Bonus

Formulace úlohy pomocí teorie grafů

Sestavíme *stavový graf*:

Pojem grafu
Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy
Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech
Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta
Hamilton
Šachovnice

Bludiště
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Formulace úlohy pomocí teorie grafů

Sestavíme *stavový graf*:

- ▶ vrcholy jsou možné stavy (<{bílí jezdci}, {černí jezdci}),

Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Formulace úlohy pomocí teorie grafů

Sestavíme *stavový graf*:

- ▶ vrcholy jsou možné stavy ($\{\text{bílí jezdci}\}$, $\{\text{černí jezdci}\}$),
- ▶ hrany odpovídají povoleným tahům.

Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

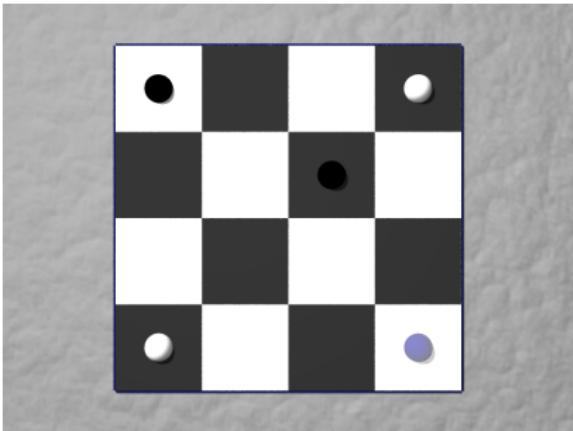
Závěr

Bonus

Formulace úlohy pomocí teorie grafů

Sestavíme *stavový graf*:

- ▶ vrcholy jsou možné stavy ($\{\text{bílí jezdci}\}$, $\{\text{černí jezdci}\}$),
- ▶ hrany odpovídají povoleným tahům.



Například $(\{a1, d4\}, \{a4, d1\})$ a $(\{a1, d4\}, \{a4, c3\})$ jsou spojeny hranou.

Pojem grafu
Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy
Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech
Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská cesta
Hamilton
Šachovnice

Bludiště
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Formulace úlohy pomocí teorie grafů

Dostaneme graf, který má:

- Pojem grafu
- Vrcholy a hrany
- Historie pojmu graf
- Eulerovské grafy
- Grafová interpretace
- Putování grafem
- Cesty v grafech
- Délka cesty
- Vážený graf
- Hamiltonovská cesta
- Hamilton
- Šachovnice
- Bludiště
- Bloudíme v bludišti
- Sestavujeme bludiště
- Závěr
- Bonus

Formulace úlohy pomocí teorie grafů

Dostaneme graf, který má:

- ▶ $C^*(2, 2, 12) = 10920$ vrcholů $(\{b_1, b_2\}, \{c_1, c_2\})$,

Pojem grafu
Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy
Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech
Délka cesty
Vážený graf
Hamiltonovská cesta
Hamilton
Šachovnice

Bludiště
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Formulace úlohy pomocí teorie grafů

Dostaneme graf, který má:

- ▶ $C^*(2, 2, 12) = 10920$ vrcholů $(\{b_1, b_2\}, \{c_1, c_2\})$,
- ▶ x hran (řádově statisíce).

V tomto případě je stavový graf *extrémně* veliký.

Pojem grafu
Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf
Eulerovské grafy
Grafová interpretace
Putování grafem
Cesty v grafech
Délka cesty
Vážený graf
Hamiltonovská cesta
Hamilton
Šachovnice
Bludiště
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště
Závěr
Bonus

Formulace úlohy pomocí teorie grafů

Dostaneme graf, který má:

- ▶ $C^*(2, 2, 12) = 10920$ vrcholů $(\{b_1, b_2\}, \{c_1, c_2\})$,
- ▶ x hran (řádově statisíce).

V tomto případě je stavový graf extrémně veliký.

Nemá smysl sestavovat graf ručně – můžete zkusit naprogramovat...

Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy
Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech
Délka cesty
Vážený graf

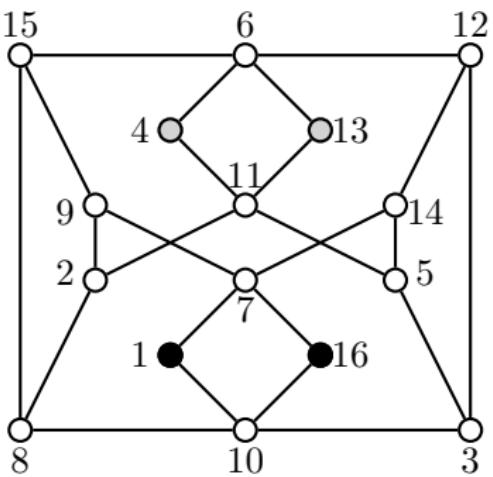
Hamiltonovská
cesta
Hamilton
Šachovnice

Bludiště
Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Raději sestavíme jiný graf a vyřešíme ručně!



Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton
Šachovnice

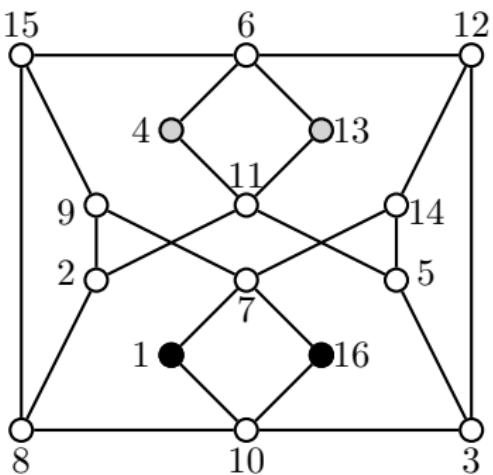
Bludiště

Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Raději sestavíme jiný graf a vyřešíme ručně!



Bude počet tahů jednoho jezdce sudý nebo lichý?

Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton

Šachovnice

Bludiště

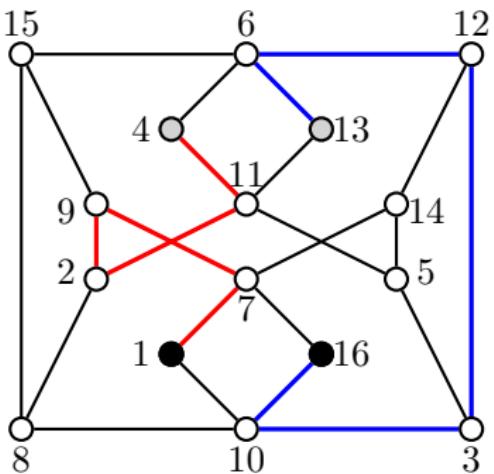
Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

Závěr

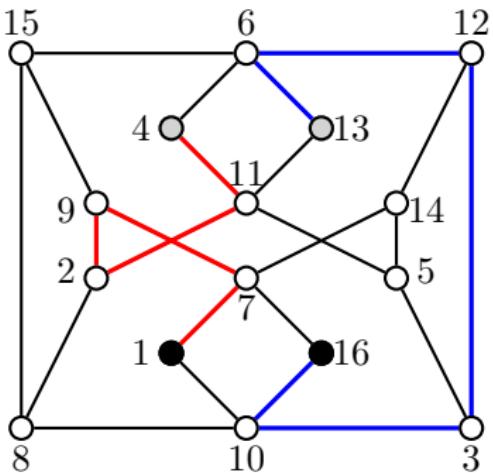
Bonus

Raději sestavíme jiný graf a vyřešíme ručně!



Bude počet tahů jednoho jezdce sudý nebo lichý?

Raději sestavíme jiný graf a vyřešíme ručně!



Bude počet tahů jednoho jezdce sudý nebo lichý?

Stačí $4 \cdot 5 = 20$ tahů.

Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Formulace úlohy

Záznamník je možno přehrát dálkově užitím tónové volby.
Stačí zadat správnou posloupnosti tónů *bez ohledu na
předchozí stisknuté klávesy*. Je-li heslo záznamníku,
můžeme zadat **1234**, nebo **81234** nebo i **63825431234**.

Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Úvod

Formulace úlohy

Záznamník je možno přehrát dálkově užitím tónové volby.
Stačí zadat správnou posloupnosti tónů *bez ohledu na
předchozí stisknuté klávesy*. Je-li heslo záznamníku,
můžeme zadat **1234**, nebo **81234** nebo i **63825431234**.

Odpověď

- ▶ Nejmenší počet cifer, který zajistí prolomení kódu?

Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Úvod

Formulace úlohy

Záznamník je možno přehrát dálkově užitím tónové volby.
Stačí zadat správnou posloupnosti tónů *bez ohledu na
předchozí stisknuté klávesy*. Je-li 1234 heslo záznamníku,
můžeme zadat **1234**, nebo **81234** nebo i **63825431234**.

Odpověď

- ▶ Nejmenší počet cifer, který zajistí prolomení kódu?
- ▶ Jak sestrojit příslušnou posloupnost čísel?

Pojem grafu

Vrcholy a hrany
Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace
Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty
Vážený graf

Hamiltonovská cesta

Hamilton
Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti
Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Formulace úlohy pomocí teorie grafů

Sestavíme graf:

Pojem grafu	Vrcholy a hrany
	Historie pojmu graf
Eulerovské grafy	Grafová interpretace
	Putování grafem
Cesty v grafech	Délka cesty
	Vážený graf
Hamiltonovská cesta	Hamilton
	Šachovnice
Bludiště	Bloudíme v bludišti
	Sestavujeme bludiště
Závěr	
Bonus	

Formulace úlohy pomocí teorie grafů

Sestavíme graf:

- vrcholy jsou kódová slova bez posledního znaku,

Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton

Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Formulace úlohy pomocí teorie grafů

Sestavíme graf:

- ▶ vrcholy jsou kódová slova bez posledního znaku,
- ▶ orientované hrany spojí dvě slova:
vznikne vynecháním prvního a přidáním znaku na konec.

Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton

Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Formulace úlohy pomocí teorie grafů

Sestavíme graf:

- ▶ vrcholy jsou kódová slova bez posledního znaku,
- ▶ orientované hrany spojí dvě slova:
vznikne vynecháním prvního a přidáním znaku na konec.
- ▶ Jedná se o orientovaný eulerovský graf!

Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton

Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Formulace úlohy pomocí teorie grafů

Sestavíme graf:

- ▶ vrcholy jsou kódová slova bez posledního znaku,
- ▶ orientované hrany spojí dvě slova:
vznikne vynecháním prvního a přidáním znaku na konec.
- ▶ Jedná se o orientovaný eulerovský graf!
- ▶ Existuje (uzavřený) eulerovský tah všemi vrcholy.
Každá hrana odpovídá jednomu slovu.

Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton

Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Formulace úlohy pomocí teorie grafů

Sestavíme graf:

- ▶ vrcholy jsou kódová slova bez posledního znaku,
- ▶ orientované hrany spojí dvě slova:
vznikne vynecháním prvního a přidáním znaku na konec.
- ▶ Jedná se o orientovaný eulerovský graf!
- ▶ Existuje (uzavřený) eulerovský tah všemi vrcholy.
Každá hrana odpovídá jednomu slovu.

Sestavení kódu:

1. Jméno prvního vrcholu vybereme xyz,

Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton

Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Formulace úlohy pomocí teorie grafů

Sestavíme graf:

- ▶ vrcholy jsou kódová slova bez posledního znaku,
- ▶ orientované hrany spojí dvě slova:
vznikne vynecháním prvního a přidáním znaku na konec.
- ▶ Jedná se o orientovaný eulerovský graf!
- ▶ Existuje (uzavřený) eulerovský tah všemi vrcholy.
Každá hrana odpovídá jednomu slovu.

Sestavení kódu:

1. Jméno prvního vrcholu vybereme xyz ,
2. za každou hranu tahu přidáme jeden znak w ,

Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton

Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Formulace úlohy pomocí teorie grafů

Sestavíme graf:

- ▶ vrcholy jsou kódová slova bez posledního znaku,
- ▶ orientované hrany spojí dvě slova:
vznikne vynecháním prvního a přidáním znaku na konec.
- ▶ Jedná se o orientovaný eulerovský graf!
- ▶ Existuje (uzavřený) eulerovský tah všemi vrcholy.
Každá hrana odpovídá jednomu slovu.

Sestavení kódu:

1. Jméno prvního vrcholu vybereme xyz ,
2. za každou hranu tahu přidáme jeden znak w ,
3. nakonec zopakujeme znaky xyz .

Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton

Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus

Formulace úlohy pomocí teorie grafů

Sestavíme graf:

- ▶ vrcholy jsou kódová slova bez posledního znaku,
- ▶ orientované hrany spojí dvě slova:
vznikne vynecháním prvního a přidáním znaku na konec.
- ▶ Jedná se o orientovaný eulerovský graf!
- ▶ Existuje (uzavřený) eulerovský tah všemi vrcholy.
Každá hrana odpovídá jednomu slovu.

Sestavení kódu:

1. Jméno prvního vrcholu vybereme xyz ,
2. za každou hranu tahu přidáme jeden znak w ,
3. nakonec zopakujeme znaky xyz .

Celkem dostaneme právě 10 003 cifer.

Pojem grafu

Vrcholy a hrany

Historie pojmu graf

Eulerovské grafy

Grafová interpretace

Putování grafem

Cesty v grafech

Délka cesty

Vážený graf

Hamiltonovská
cesta

Hamilton

Šachovnice

Bludiště

Bloudíme v bludišti

Sestavujeme bludiště

Závěr

Bonus